هدف درس: انتقال رشته بیت تصادفی از مبدأ به مقصد مورد نظر

مهندسین های دیجیتال: ۱) بدون حافظه ۲) با حافظه

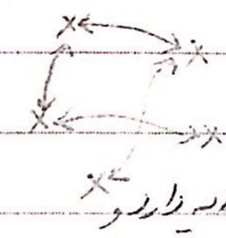
تعریف مخابرات: انتقال اطلاعات از یک مبدأ به مقصد که اگر اطلاعات به صورت دیجیتال باشد و صفر و یک شده باشد: مخابرات دیجیتال است.

روش انتقال: کل مباحث مخابرات سیستم را شامل می شود و با حجم شرایط و سناریوهای با روش های متعددی قصد انتقال داده داریم

مثال: ارتباط نقطه به نقطه: p2p

مبدا — مقصد

ارتباط چند نقطه ای: network



کاری سود چند لایه ای است مثل OSI که ۷ لایه دارد و

یک لایه آن لایه فیزیکی است که کار p2p را انجام می دهد.

مثال: شرایط انتقال که قابل تغییر از دیدگاه شرایط کانال هم هست مثل

wired ← Fiber ، copper

wireless ← Air ، underwater

در مخابرات پیشرفته: پایه های اساسی بررسی می شوند و سپس تکنیک های تخصصی تر بیان

می شوند مانند mimo و oFDM و طیف گسترده

مرجع: جزوه کلاسی — salehi — Digital communication

ویرایش ۵ — proakis

فصل ۱) مقدمه — فصل ۱۰) اکوالایزر

✓ فصل ۲) مرور و یادآوری ← تصادفی ← فرآیند و متغیر تصادفی
← تعیینی ← سیگنال و سیستم

✓ فصل ۳) مدولاسیون ها ← با حافظه — فصل ۱۱) oFDM
← بدون حافظه

✓ فصل ۴) دمدولاسیون ها ← گیرنده های بهینه ← با نویز جمع شونده

فصل ۵) همزمان سازی ← هماهنگی tx و rx — فصل ۱۲) طیف گسترده

فصل ۶) تئوری اطلاعات — فصل ۱۳ و ۱۴) مخابرات بی سیم

فصل ۷) کدینگ کانال ← برای کد بدون حافظه — فصل ۱۵) mimo

فصل ۸) " ← برای کد با حافظه — فصل ۱۶) مخابرات چند کاربره
چند نقطه ای ، network

فصل ۹) محدودیت باند ← IsI

Fatima

فصل آنها حذفی p2p هستند و فصل ۱۴ فقط Network است.

فصل اول

مقدمه:

سیستم مخابراتی linkهای از زنجیره بلوک های مختلف لازم بین مبدأ و مقصد

source : معمولاً منبع اطلاعاتی است و منشأ تولید داده و ... data ، Audio ، video

Source coder : بیان دیجیتال اطلاعات منبع را انجام می‌دهد که [illegible]

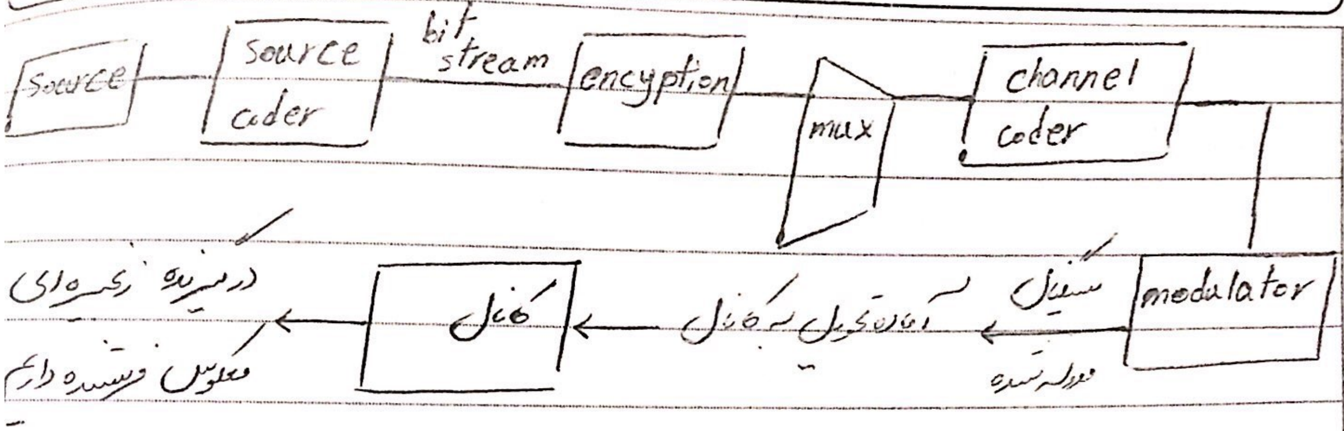
سرعت ارسال اطلاعات دیجیتال را با R_b بیان می‌کنند (bit/sec)

encryption : هدف افزایش امنیت و رمزنگاری می‌شود

channel coding : هدف افزایش قابلیت اطمینان در ارسال اطلاعات که [illegible]

خطا و تصحیح آن را انجام داد

مدولاتور : تبدیل بیت‌ها به شکل موج‌ها را انجام می‌دهد



سرمنشأ تمام مشکلات کانال مخابراتی است و مواردی که پیش می‌آورد عبارتند از:

کمبود ظرفیت، تداخل، تضعیف، نویز، محدودیت پهنای باند.

اطلاعات دریافتی از گیرنده ممکن است مشابه اطلاعات ارسالی فرستنده نباشد به همین علت به آن

تخمین اطلاعات می‌گویند و برای آن احتمال خطا محاسبه می‌کنیم و این احتمال باید کمتر از 10^{-5}

باشد که به آن آستانه قابل قبول تکنولوژی مخابرات کنونی اطلاق می‌شود $P_e \leq 10^{-5}$

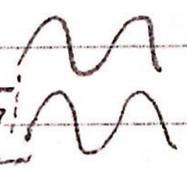
در گیرنده یک بلوک به نام همزمان‌ساز وجود دارد که وظیفه آن هماهنگی بین فرستنده و گیرنده است.

همزمان‌ساز در سه سطح کار می‌کند:

۱) سطح کاریر یعنی یکی بودن کاریرها از فرستنده و گیرنده یعنی باید هم فرکانس و هم فاز باشند

f : ۱۲۰,۰۰۰,۰۰۵

فاز



هم فاز نیستند

۲) سطح بیت و سیگنال

۳) سطح پیام و packet

انواع کابل : ۱) سیمی « هدایت شونده » **

۲) بی سیم « آزاد یا غیر هدایت شونده » ::

* Twisted pair زوج سیم های به هم تابیده مثل سیم تلفن از جنس مسی

cat 5 و cat 6 ۵ یا ۶ تا از سیم های بالا کنار هم این کابل ها را ایجاد می کنند مثل

کابل شبکه که به صورت طوسی رنگ هستند. مسی

کواکسیال مثل کابل آنتن مسی

* یک سو و چند سو فیبر نوری

: هوایی wireless که با امواج الکترومغناطیس کار می کند و با آنتن ها فرستاده می شود

آبی under water که با امواج صوتی کار می کند و کاربرد نظامی دارد.

هر نوع کابل یک سرعت و تخصص متفاوت دارد

آزاد: در اینجا تمرکز روی بی سیم هوایی است که با امواج الکترومغناطیسی کار می کند و اصلی ترین

مشخصه موج فرکانس f $[Hz]$ است و دومی آن طول موج λ برحسب m است.

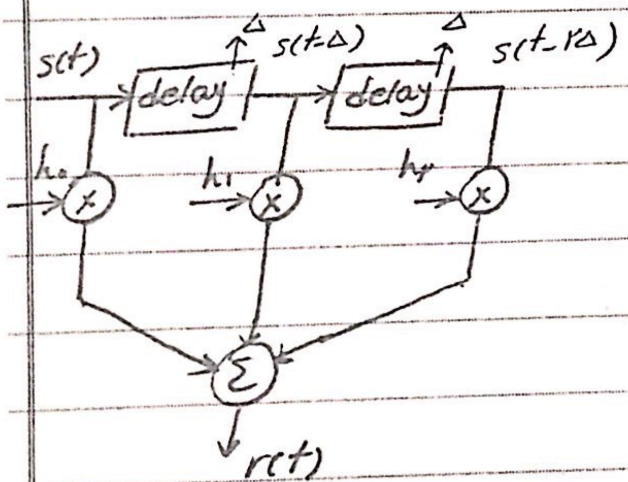
نتیجه: دسته‌بندی انواع موج‌ها را براساس فرکانس آن‌ها انجام می‌شود و هر ناحیه یا باند فرکانس

یک نام اختصاص می‌دهند EHF , SHF , UHF , VHF , HF , MF , LF , VLF

TV , mobile

نکته: برای استفاده از هر کانال در مباحث تئوری یا تحلیلی نیاز به داشتن یک مدل کانال است.

که به دو صورت بلوک دیاگرام و یا فرمول می‌باشد



$$r(t) = f(s(t))$$
$$= h_0 s(t) + h_1 s(t-\Delta) + h_2 s(t-2\Delta)$$

بلوک دیاگرام

مدل فرمول گسترده

نام‌گذاری: channel modeling : با داشتن بلوک دیاگرام یا فرمول کانال کاری می‌توان

تابعی را که بین ورودی و خروجی ارتباط برقرار می‌کند پیدا کرد که به آن channel modeling می‌گویند

هر مدل شامل چند پارامتر «ضرایب فرمول» می‌باشد که به آنها پارامترهای مدل می‌گویند و مجهول

هستند و راه حل یافتن آنها استفاده از تخمین کانال است. channel estimation

بنابراین انواع مدل های مختلف با پارامترهای مختلف با روش های تخمین مختلف برای کانال های مختلف داریم که از میان همه آنها ساده ترین مدل، مدل خطی مستقل از زمان است.

$$y=ax+b \rightarrow r(t)=a\,s(t)+b \xrightarrow[\text{توسعه یافته و با تاخیر ثابت}]{\text{در حالت}} r(t)=a\,s(t-\Delta)+b$$

مدل ۲ پارامتری (a,b) — مدل ۳ پارامتری (a,b,Δ)

نکته: یکی از ابزارهای ریاضی مدل سازی سیستم ها یا کانال ها تابع $f(.)$ کانال

روش بر اساس تابع پاسخ ضربه و کانولوشن

ورودی ⟵ سیستم ⟵ خروجی

تابع ضربه $\delta(t)$ — پاسخ ضربه $h(t)$

ورودی دلخواه $x(t)$ $\xrightarrow{y(t)=x(t)*h(t)}$ خروجی متناظر $y(t)$

فصل دوم

مرور و یادآوری

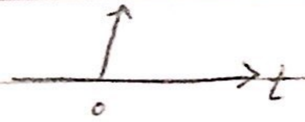
معرفی چند سیگنال اصلی و پایه: ۱) تعینی
۲) تصادفی

تعینی: تابع ضربه $\delta(t)$ — تابع پله $u(t)$ — پالس مثلثی $\Lambda(t)$

پالس مستطیلی $rect(t)$ یا $\Pi(t)$ — تابع $sinc(t)$ — sin cos تابع فازور $e^{j\omega t}$ علامت $sign(t)$ نمایی $e^{\alpha(t)}$

خواص ضربه

ضربه: تک نقطه‌ای، در مبدأ قرار می‌گیرد، در $t=0$ مقدار ∞



$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

مساحت واحد دارد

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, dt = 1$$

نمونه برداری

$$\delta(t)\, f(t) = \delta(t) . f(0)$$

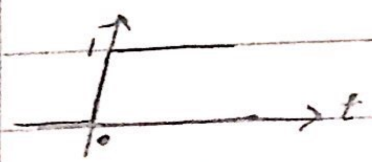
$$\delta(t-t_0) . f(t) = \delta(t-t_0) . f(t_0)$$

بی تاثیر در کانولوشن است.

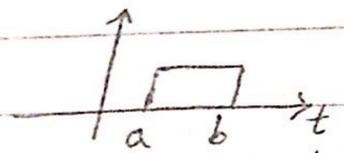
$$\delta(t) * f(t) = f(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)\, dt = u(t) \qquad \frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$$

پله: تابعی با ارتفاع یک در مبدأ



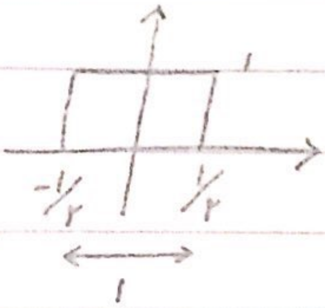
کاربرد در انتخاب بازه‌ها ۱) از دو طرف محدود



$u(t-a) - u(t-b)$

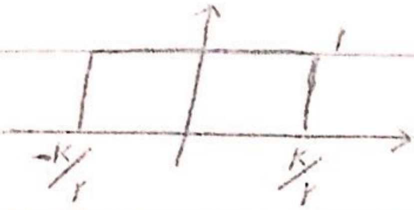
۲) از یک طرف محدود

$u(t-a) \quad t>a \qquad u(-t+b) \quad t<b$



تابع پالس : مربع واحد یک متقارن حول مبدأ

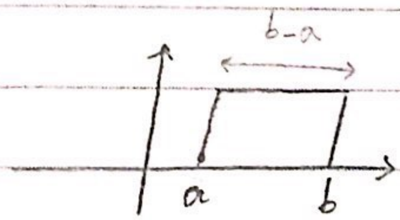
نمایش اولیه تمامی اطلاعات صفر و یک به صورت پالس است



تعمیم عمومی پالس : scaling

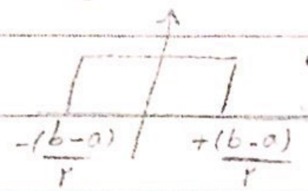
$\pi(\frac{t}{K})$

برای جاهایی مستقل نیز باید آن را شیفت زمان دهیم.



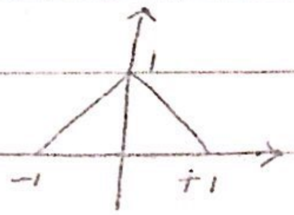
مثال : $-(\frac{b-a}{2}) \rightarrow a$

$\pi(\frac{t}{b-a}) \rightarrow$



$\xrightarrow{\text{شیفت زمان}} \pi(\frac{t-\frac{(a+b)}{2}}{b-a})$

- برای انتخاب بازه های دو طرف محدود نیز می توان از پالس ها استفاده کرد.



پالس مثلثی : مثلث متقارن حول مبدأ با رئوس واحد

تابع sinc :

$$sinc(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

$$\max(sinc(t)) = 1$$

مساحت واحد

$$\int_{-\infty}^{+\infty} sinc(t)\, dt = 1$$

تقارن زوج

$$sinc(-t) = sinc(+t)$$

Fatima

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(t)\,dt = 1$$

مقدار sinc در اعداد صحیح بجز صفر برابر صفر است

$$\text{Sinc}(K) = 0 \qquad \underset{\text{عدد صحیح}}{K} \neq 0$$

تبدیل فوریه پالس مستطیلی، سینک خواهد شد و برعکس

" " " مثلثی، سینک به توان ۲ خواهد شد و برعکس

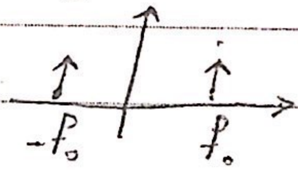
توابع sin و cos: کاربردهای اصلی مخابرات

$$\underset{\text{دامنه}}{A}\cos(\underset{\text{فرکانس}}{\omega} t + \underset{\text{فاز}}{\phi})$$

$\omega \rightarrow 2\pi f$ [رادیان بر ثانیه] $\rightarrow f = \frac{1}{T}$ [Hz] $\rightarrow$ دوره تناوب: T [ثانیه]

در تبدیل فوریه به ۲ تابع ضربه متقارن می‌رسیم

$$F[\cos(2\pi f_0 t)] = \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right]$$



$$F[\sin(2\pi f_0 t)] = \frac{1}{2j}\left[\delta(f-f_0) - \delta(f+f_0)\right]$$

تابع فازور: فرم فازی مختلط برای sin و cos

$$e^{j\omega t} = e^{j2\pi f t}$$

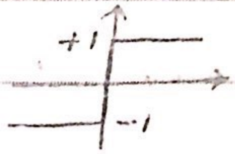
$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$$

رابطه اولر

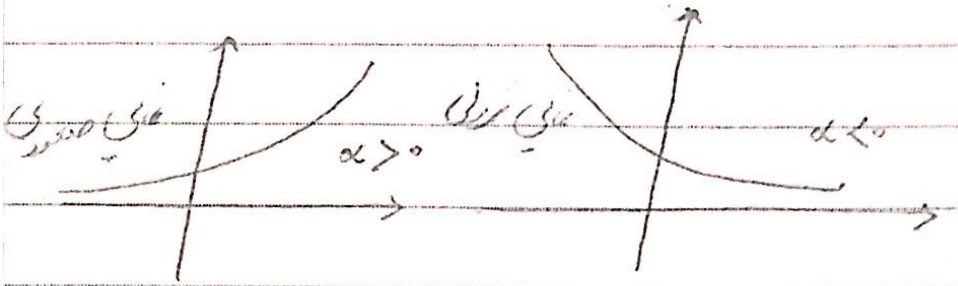
$$F[e^{j2\pi f_0 t}] \underset{\text{فرکانس فازور}}{\overset{\text{تک ضربه در}}{=}} \delta(f-f_0)$$

تابع علامت: برای علامت‌گذاری

$$sign(t)=\begin{cases}+1 & ; t>0\\ 0 & ; t=0\\ -1 & ; t<0\end{cases}$$



تابع نمایی: $e^{\alpha t}$



ابتدا تغییرات آهسته و سپس با گذشت زمان تغییرات با روند تندتر می‌شود

در طبیعت: ذات فیزیک یا طبیعت به شکل نمایی است.

سیگنال‌ها ← زمان ← با تغییر زمان ← t ← با حروف کوچک ← $x(t)$

← فرکانس ← با تغییر فرکانس ← f ← « بزرگ ← $X(f)$

تبدیل فوریه

دو جدول مهم: زوج‌ها و خواص $\quad F[x(t)]=X(f) \rightarrow$

زوج‌های مهم

DC: $x(t)=1 \xleftrightarrow{F} \delta(f)$

$\Pi(t) \xleftrightarrow{F} sinc(f)$

$\Lambda(t) \xleftrightarrow{F} sinc^2(f)$

$\cos(2\pi f_0 t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}[\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)]$

$\sin(2\pi f_0 t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2j}[\delta(f-f_0)-\delta(f+f_0)]$

$e^{j2\pi f_0 t} \longleftrightarrow \delta(f-f_0)$

خواص مهم : خطی

$$F[ax(t)+by(t)] = aF[x(t)] + bF[y(t)]$$

شیفت زمانی : علامت ها هماهنگ

$$x(t \pm t_0) \xleftrightarrow{F} X(f)\, e^{\pm j2\pi f t_0}$$

شیفت فرکانسی علامت متفاوت

$$e^{\mp j2\pi f_0 t} \cdot x(t) \xleftrightarrow{F} X(f \pm f_0)$$

scaling

$$x(kt) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{|k|} X\left(\frac{f}{k}\right)$$

کانولوشن

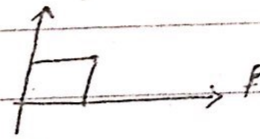
$$x(t) * y(t) \xleftrightarrow{F} X(f) \cdot Y(f)$$

$$x(t) \cdot y(t) \xleftrightarrow{F} X(f) * Y(f)$$

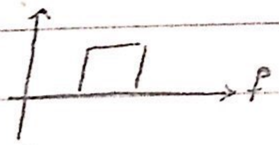
سیگنال معادل پایین گذر :

سیگنال ها را می توان از دیدگاه حوزه فرکانس و براساس طیف فرکانس تقسیم بندی کرد :

پایین گذر :



میان گذر : سیگنال های درحال ارسال مخابراتی هستند ولی متأسفانه کارکرد و تحلیل آنها مشکل است. (I)



بالاگذر :

(I) : راه حل : برای ساده تر شدن با سیگنال معادل آن ولی ساده تر کار می کنیم که به نام سیگنال معادل پایین گذر نام گذاری می شود که از نوع پایین گذر هستند و تحلیل آنها ساده تر است.

قرارداد: از این لحظه به بعد تماماً با سیگنال های معادل پایین گذر کار می کنیم.

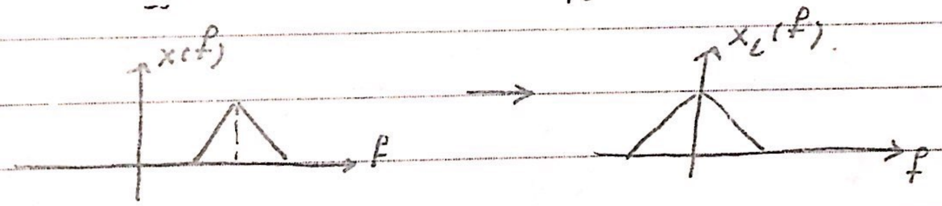
توجه: در واقعیت: سیگنال باند گذر ← سیگنال حقیقی مثل $A\cos(\omega t)$ نامگذاری: $x(t)$

تبدیل برای تحلیل ساده تر: معادل پایین گذر ← سیگنال مختلط مثل $\cos(\omega t)+j\sin(\omega t)$

نامگذاری: با اندیس l برگرفته از low pass $x_l(t)$

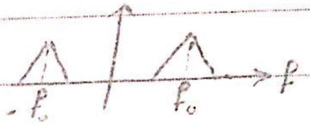
نامگذاری در حوزه فرکانس نیز به همین صورت است.

تعبیر شهودی و تصویری معادل پایین گذر: بر اساس شکل طیف سیگنال انجام می شود و فقط وسط شکل طیف را روی محور عمودی قرار می دهیم یا شیفت به سمت فرکانس های پایین.

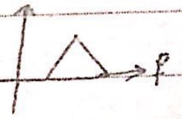


معادل بودن به دلیل شکل یکسان طیف می باشد و تنها تفاوت در جابجایی شکل است

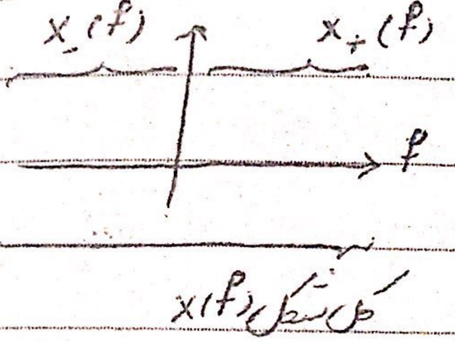
نکته: سیگنال های حقیقی طیف متقارن هرمیتی دارند یعنی شکل طیف سمت فرکانس های + باید قرینه اش در سمت فرکانس های منفی هم باشد.



پس اگر عمداً یک نیمه را حذف کنیم آنگاه سیگنال مختلط ظاهر می شود که طیف یک طرفه معادل سیگنال های مختلط نامیده می شود



مجموع‌سازی:

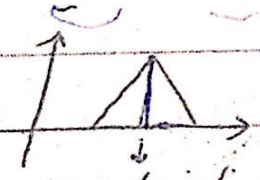


برای یافتن معادل پایین گذر اولاً یک نیمه طیف را حذف می کنیم و بعد وسط نیمه دیگر را روی محور عمودی شیفت می دهیم:

بیان ریاضی:

$$\begin{cases} x_L(f) = x_+(f+f_0) \\ x_L(f) = x_-(f-f_0) \end{cases} \quad \text{یا}$$

نکته: ریشه میان گذر بودن سیگنال های مخابراتی به دلیل مدولاسیون های با کریر است یعنی فرکانس کریر همان وسط طیف می باشد.



معادل پایین گذر یعنی نادیده انگاشتن کریر از فرمول ها و روابط که باعث سادگی می شود

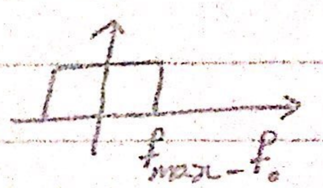
نکته: مزیت دوم معادل پایین گذر: اگر بخواهیم سیگنال را با روش دیجیتال DSP پردازش کنیم

خ : $2 \times f_{max}$

نرخ نمونه برداری و در نتیجه بار پردازش بسیار کمتر می شود

↓ معادل پایین گذر

نرخ نمونه برداری به اندازه $2f_0$ کاهش یابد



خ : $2(f_{max}-f_0)$

شود محاسبات سیگنال معادل پایین گذر:

نیاز به یک ابزار محاسباتی خاصی داریم که تبدیل هیلبرت نامیده می‌شود که در دو حوزه زمان و فرکانس معرفی می‌شود:

زمان: $H[x(t)] = \hat{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi t} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\lambda)}{\pi(t-\lambda)} d\lambda$

فرکانس: $\boxed{\hat{x}(f) = -j\, \text{sign}(f)\, x(f)}$

حال می‌توان برای سیگنال های حقیقی معادل پایین گذر را به صورت زیر ارائه نمود:

$x_l(t) = x_i(t) + j\, x_q(t)$

هم‌فاز

(II) $x_i(t) = x(t)\cos(2\pi f_0 t) + \hat{x}(t)\sin(2\pi f_0 t)$ مؤلفه هم‌فاز

$x_q(t) = \hat{x}(t)\cos(2\pi f_0 t) - x(t)\sin(2\pi f_0 t)$ « تربیعی

تربیعی

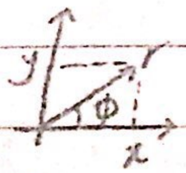
به طور عکس اگر بخواهیم از $x_l(t)$ به $x(t)$ اصلی برسیم:

$x(t) = Re\left[x_l(t)\, e^{j2\pi f_0 t}\right]$

فاکتور شیفت فرکانس

نکته: هر عدد مختلط را به دو صورت می‌توان نمایش داد:

۱) فرم قطبی: $z = r e^{j\varphi}$ ۲) فرم کارتزین $z = x + jy$

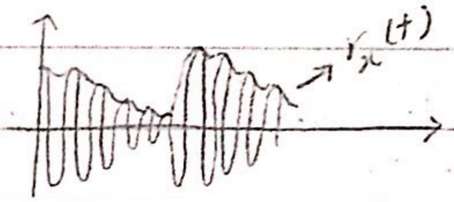


(III) : حالت بیان به فرم قطبی نیز می‌باشد ←

$$x_i(t) = r_x(t)\, e^{j\phi_x(t)}$$

$$r_x(t) = \sqrt{x_i^2(t) + x_Q^2(t)} \qquad \phi_x(t) = \text{Arc}\tan \frac{x_Q(t)}{x_i(t)}$$

مفهوم پوش



پوش یا دامنه تغییرات آهسته

چند مشخصه و عملگر مهم برای سیگنال‌ها:

۱) توان سیگنال ۲) انرژی سیگنال ۳) ضرب داخلی

۴) ضرب کانولیشن ۵) نرم سیگنال ۶) پایه‌های اورتونرمال ۷) سطح تعامد

۸) صیرورت فلکی

۱) توان سیگنال: ۱) توان لحظه‌ای ۲) توان متوسط ۳) مقدار مؤثر یا rms

الف) توان لحظه‌ای: مربع دامنه لحظه‌ای سیگنال؛ نمایش: $p(t)$ $\quad p(t) = |x(t)|^2$

تذکر: نمایش دیگر $p_x(t)$

ب) توان متوسط: یک عدد است که از متوسط‌گیری توان لحظه‌ای بدست می‌آید

$$p_x = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} p(t)\,dt = \frac{1}{\text{بازه}}\int_{\text{بازه}} p(t)\,dt$$

و برای کل توان متوسط از کل زمان‌ها $T \to \infty$

$$p_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} p(t)\,dt$$

Fatima

ج: مقدار موثر یا rms یک عدد است که جذر مربع دامنه ولی به جای متوسط

$$x_{rms} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt}$$

نکته: در حالت گسسته به جای $\int$ از $\sum$ استفاده می‌شود.

$$P_x = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$$

نکته: از مفهوم توان و انرژی به عنوان معیاری برای سنجش ارزش یا اهمیت سیگنال‌ها استفاده می‌شود

انرژی سیگنال:

انرژی: مفهوم فیزیکی، عامل ایجاد تغییرات.

توان: سرعت مصرف یا تولید انرژی

$$\text{توان} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}$$

$$\mathcal{E}_x = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\,dt$$

نکته:

$$\mathcal{E}_x = \frac{1}{2}\,\mathcal{E}_{x_e}$$

ضرب داخلی سیگنال‌ها: بین دو سیگنال انجام می‌شود که جواب آن یک عدد است

نمایش: $\langle x(t).y(t) \rangle$

تعریف: یک ضرب انتگرالی

$$\langle x(t).y(t) \rangle = \int x(t).y^*(t)\,dt$$

تعبیر و مفهوم: معیاری از میزان شباهت نسبی یا ارتباط بین دو سیگنال

اگر ضرب داخلی بزرگتر باشد سیگنال ها شبیه ترند.

- در حالت خاص اگر ضرب داخلی دو سیگنال صفر شود، دو سیگنال متعامد یا اورتوگونال هستند و یعنی شباهتی به هم ندارند.

ضریب کرولیشن: بین دو سیگنال با نتیجه انتگرال و مشابه مفهوم ضرب داخلی شباهت را نشان می دهد اما به صورت نرمالیزه است یعنی همیشه بین ± 1 است. نمایش آن با ρ

تعریف:

$$\rho_{xy} = \frac{\langle x(t) . y(t) \rangle}{\sqrt{\varepsilon_x . \varepsilon_y}} \qquad -1 \leq \rho_{xy} \leq +1$$

$\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y}$: ضریب نرمالیزاسیون ضرب داخلی

نکته:

$$\rho_{xy} = Re(\rho_{x_L y_L})$$

نرم سیگنال: معادل با جذر انرژی سیگنال و نمایش آن $norm(.)$ یا $\| . \|$

$$\sqrt{\varepsilon_x} = \| x(t) \| = norm(x(t))$$

تعبیر: معادل قدر مطلق (اندازه) سیگنال است. ارزش و اهمیت سیگنال را بیان می کند.

نکته: $\langle x(t) . x(t) \rangle = \int x^2(t)\, dt = \varepsilon_x \longrightarrow \| x(t) \| = \sqrt{\langle x(t) . x(t) \rangle}$

نکته: اگر نرم برابر یک باشد، سیگنال را نرمال می نامیم. $\varepsilon_x = 1 \rightarrow \langle x(t) . x(t) \rangle = 1$

Subject: Year: Month: (۱۰) Date:

نکته: در نمایش صورت فضایی هر سیگنال به صورت (نقطه) با مبدأ مختصات است.

پایه های اورتونرمال: نمایش $\phi_j(t)$ j: اندیس شماره $j = 1, \dots, N$

نکته: با داشتن (N) پایه اورتونرمال به یک دستگاه یا فضای N بعدی خواهیم رسید. مشابه مفهوم محورهای مختصاتی، که دو شرط دارند: ۱) دو به دو برهم عمود باشند ۲) هرکدام نرمال باشند

$\mathcal{E}_{\phi_1} = \dots = \mathcal{E}_{\phi_N} = 1$ $\langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle = 0$

$\langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle = 0$

کاربرد: برای بیان ریاضی سیگنال ها که بشود بیان آن به صورت ترکیب خطی پایه هاست

ترکیب سه بعدی $x(t) = 2.3\,\phi_1(t) - 1.2\,\phi_2(t) + \phi_3(t)$ $\sum_{j=1}^{N} w_j \phi_j(t)$

مثال: صدای صحبت افراد

این شکل موج بی نهایت مولفه ترکیبی دارد که با کمک پایه های اورتونرمال ها و ترکیب خطی آنها انجام می شود

$$x(t) = \sum_{j=1}^{\infty} w_j \phi_j(t)$$

تذکر: در حالت کلی اگر تعداد پایه ها ∞ باشد، هر سیگنالی را می توان فرموله کرد ولی در عمل به خاطر محدودیت با پایه های کمتری و در عوض خطی و تقریبی و با خطا انجام می شود

بسط متعامد سیگنال ها: همان فرموله کردن با یک فضای اورتونرمال N بعدی

بسط متعامد

Fatima

$$x(t) = \underbrace{\sum w_j \phi_j(t)}_{\text{بسط متعامد}}$$

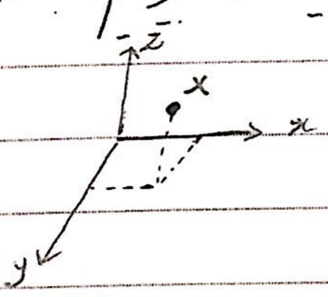
سؤال: روش محاسبه وزن های (w ها) که از طریق ضرب داخلی بین سیگنال های اصلی و پایه های

که مقدار وزن آن را می دهد $w_j = \langle x(t) . \phi_j(t) \rangle$

تعریف: بردار معادل سیگنال: برداری حاوی ضرایب ترکیب خطی اورتونرمال یعنی حاوی w ها

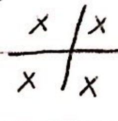
$$\underline{X} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} \qquad x(t) = 1.2\,\phi_1(t) + 0.3\,\phi_2(t) + 0.4\,\phi_3(t) \qquad \underline{X} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

صورت فلکی: جایی که بردار معادل سیگنال را مثل مختصات یک نقطه تصور کنیم، به این نقاط معرف



سیگنال ها اصطلاحاً صورت فلکی می گویند.

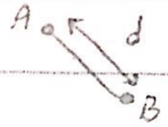
و برای چند نقطه



که معادل چند سیگنال هستند

بسط متعامد: ترکیب خطی در یک فضای اورتونرمال N بعدی هست. بسط = سری = تجزیه

تعداد جملات بیشتر، دقت بالاتری دارد اما پیچیده تر خواهد شد.



فاصله بین سیگنال ها:

فاصله بین دو سیگنال $x_1(t), x_2(t)$

$$d_{x_1 x_2} = \| x_1(t) - x_2(t) \|$$

اختلاف بین دو سیگنال را به فاصله بین آنها تعبیر می کنند

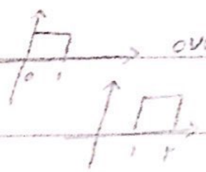
شباهت: بین دو سیگنال ← مقدار شباهت توسط «correlation»، «ضرب داخلی»

← مقدار اختلاف توسط «distance»، «نرم تفاضل».

هرچه فاصله بیشتر باشد اختلاف بیشتر و شباهت کمتر است.

تذکر: در شکل معادل صورت بندی، فاصله همان مقدار فاصله هندسی بین نقاط معادل سیگنال ها است

سوال: نحوه انتخاب پایه های ارتونرمال $\phi_i(t)$؟



روش: تجربی ← معمولاً سیگنال هایی که با هم همپوشانی ندارند

یا معمولاً از خود سیگنال ها و ترکیب های خطی آنها پایه می سازند

الگوریتم: روش گرام اشمیت: استخراج پایه های ϕ_i از داخل خود سیگنال ها

گام ۱): M سیگنال داریم $x_1(t)$ تا $x_M(t)$

هدف:

نکته ۲) همواره $N \leq M$

تعداد سیگنال — تعداد پایه‌ها

الگوریتم گرام - اشمیت

۱) انتخاب یکی از سیگنال‌ها به دلخواه — مثلاً $x_1(t)$

۲) اولین پایه بر اساس سیگنال انتخاب شده فوق

$$\phi_1(t) = \frac{x_1(t)}{\|x_1(t)\|} = \frac{x_1(t)}{\sqrt{E_1}}$$

۳) انتخاب یکی از سیگنال‌های باقی مانده به دلخواه — مثلاً $x_2(t)$

۴) پایه دوم برحسب سیگنال انتخابی دوم تعیین می‌شود. البته چون فقط پایه $\phi_1(t)$ را به دست آورده‌ایم ممکن است بخشی از $x_2(t)$ توسط $\phi_1(t)$ قابل ارائه باشد.

ϕ_1 با x_2 بخش قابل ارائه $= \langle x_2(t) . \phi_1(t) \rangle$

ϕ_1 بخش باقی مانده x_2 که توسط $= x_2(t) - \langle x_2(t) . \phi_1(t) \rangle \phi_1(t)$ بخش باقی مانده
قابل ارائه نبوده است.

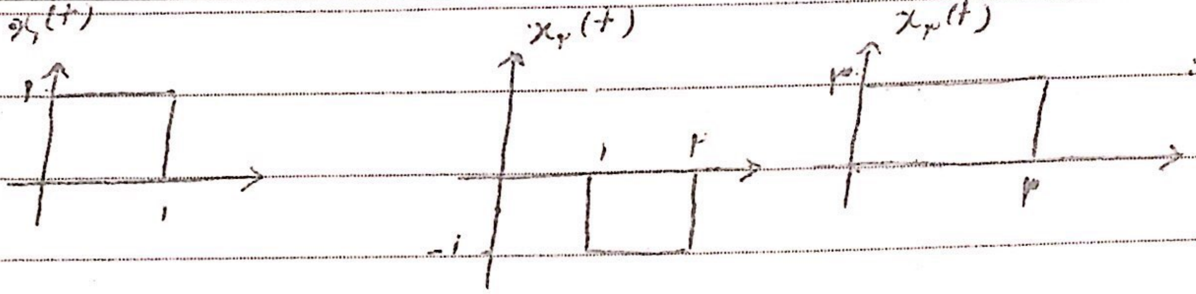
پس این بخش باقی مانده باید در پایه جدید قرار گیرد مثل $\phi_2(t)$

$$\phi_2(t) = \frac{x_2(t) - \langle x_2(t) . \phi_1(t) \rangle \phi_1(t)}{\sqrt{\text{انرژی صورت}}}$$

۵) این روند تکرار می‌شود تا آخرین سیگنال

Fatima

مثال:



۱) انتخاب دلخواه: $x_1(t)$

$\phi_1(t) = \frac{x_1(t)}{\sqrt{\mathcal{E}_1}}$ $\quad \mathcal{E}_1 = \int x_1^2(t)\,dt = \int$ 

$\sqrt{\mathcal{E}_1} = 1 \longrightarrow \phi_1(t) = x_1(t)$

۲) انتخاب سیگنال بعدی مثلا $x_2(t)$

یافتن ضرب داخلی x_2 و ϕ_1

$\langle x_2(t), \phi_1(t) \rangle = \langle x_2(t), x_1(t) \rangle = 0$

$\phi_2(t) = \frac{x_2(t)}{\sqrt{\mathcal{E}_2}}$ $\quad \mathcal{E}_2 = 1 \quad \boxed{\phi_2(t) = x_2(t)}$

۳) انتخاب سیگنال بعدی یعنی $x_3(t)$

$\langle x_3(t), \phi_1(t) \rangle = \langle x_3(t), x_1(t) \rangle = \int$  $= 3$

$\langle x_3(t), \phi_2(t) \rangle = \langle x_3(t), x_2(t) \rangle = \int$  $= -3$

$\phi_3(t) = \frac{x_3(t) - \langle x_3(t), \phi_1(t) \rangle \phi_1(t) - \langle x_3(t), \phi_2(t) \rangle \phi_2(t)}{\sqrt{\text{انرژی صورت}}}$

 $= 0 \rightarrow \phi_3(t) = 0$

$x_3(t) - (-\langle x_3(t) \cdot \phi_1(t) \rangle)$ یعنی مستقل خطی نبوده است

حال می‌توان سیگنال‌ها را با فضای ۲ بعدی نشان داد

$x_1(t)=\phi_1(t)$

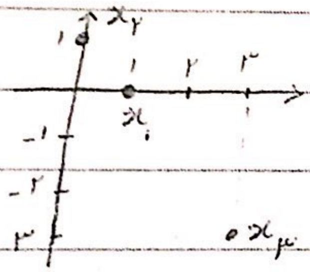
$x_2(t)=\phi_2(t)$

$x_3(t)=w_{31}\phi_1(t)+w_{32}\phi_2(t) \rightarrow x_3(t)=3\phi_1(t)-3\phi_2(t)$

$w_{31}=\langle x_3(t),\phi_1(t)\rangle=+3$ $\qquad$ $w_{32}=\langle x_3(t),\phi_2(t)\rangle=-3$

بردارهای معادل سیگنال: $\underline{X}_1=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ $\quad$ $\underline{X}_2=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ $\quad$ $\underline{X}_3=\begin{bmatrix}3\\-3\end{bmatrix}$

تفسیر مختصات برای بردارها: ۳ نقطه x_1 و x_2 و x_3



صفحه ۱۲۴

در تحلیل‌های تعیینی دو مقوله داریم: ۱) سیگنال ۲) سیستم

سیستم: در حوزه زمان با کانولوشن و به کمک پاسخ ضربه

$$y(t)=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\lambda)h(t-\lambda)\,d\lambda=\langle x(\lambda),h(t-\lambda)\rangle$$

در حوزه فرکانس با تبدیل فوریه و پاسخ فرکانسی

$$Y(f)=X(f).H(f)$$

نکته: در معادل‌های پایین‌گذر داریم:

$$y_l(t)=\frac{1}{2}x_l(t)*h(t)$$

مرور و یادآوری برای تصادفی‌ها: متغیر تصادفی « X »

بردار تصادفی « $\underline{X}$ »

فرآیند تصادفی « $X(t)$ »

تا صفحه ۹۵ کتاب تدریس شده !!!

متغیرهای تصادفی

گسسته : ۱) برنولی برای متغیرهای دو حالته ، مثل شیر یا خط .

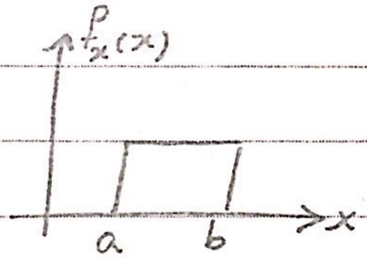
توزیع احتمال : p , $1-p$ $\qquad \bar{x} = p \qquad \sigma_x^2 = p(1-p)$

۲) Binomial برای کارهای تکراری ، تکرار یک اتفاق در یک مجموعه n تایی .

احتمال وقوع K بار از اتفاق مورد نظر در مجموعه n تایی

$$prob(X=K) = \binom{n}{K} p^K (1-p)^{n-K} \qquad \bar{x} = np \qquad \sigma_x^2 = np(1-p)$$

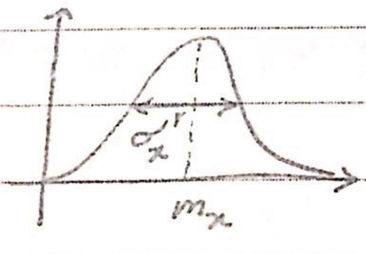
پیوسته : ۱) توزیع یکنواخت



$$\bar{x} = \frac{a+b}{2} \qquad \sigma_x^2 = \frac{\Delta^2}{12} \qquad \Delta = b-a$$

۲) توزیع گوسی : مهم ترین توزیع آماری است زیرا اکثر پدیده ها براساس آن است و برخی از

توزیع های مهم مثل رایلی و رایسین و chi-squere و ...



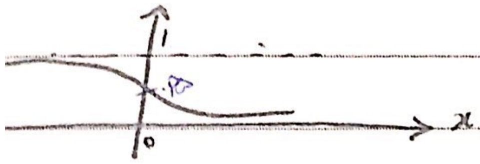
$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$X \rightarrow N(m_x, \sigma_x^2)$$

تعریف : q function : معکوس توزیع گوسی $\qquad Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-x^2/2}\, dx$

Subject: Year: Month: Date:

$prob(a \le x \le b) = Q\left(\frac{a-m}{\sigma}\right) - Q\left(\frac{b-m}{\sigma}\right)$



q-function یک تابع همواره نزولی است.

۳) توزیع chi-square : از مجموع مربعات چند متغیر گوسی مستقل و مشابه (iiD)

حاصل می‌گردد

$X = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2 \qquad x_i = N(m, \sigma^2)$

x_i ها مستقل از هم هستند و این توزیع همان مفهوم توان است. X معادل گرفتند با جمع

توان های چند متغیر یا چند کاربر یا چند سیگنال و ... است.

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{N/2}\,\Gamma(N/2)\,\sigma^N}\, x^{N/2-1}\, e^{-x/2\sigma^2} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$\Gamma(x) \triangleq$ تابع گاما $\qquad \Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t}\, dt \qquad \begin{cases} \bar{X} = N\sigma^2 \\ \sigma_X^2 = 2N\sigma^4 \end{cases}$

در حالت خاص اگر $N=1$ باشد یعنی $X = x^2$ به توزیع خاصی می‌بینیم

N : تعداد گوسی های جمع شده که مرتبه یا درجه آزادی است.

اگر m میانگین گوسی ← صفر باشد ← کای اسکوئر مرکزی

← صفر نباشد ← غیرمرکزی

۴و۵) توزیع رایلی و رایسین   جذر مجموع مربعات دو گوسی $X=\sqrt{X_1^2+X_2^2}$

مرکزی: $m_{X_1}=m_{X_2}=0$. رایلی ← دامنه فیدینگ « بدون دید مستقیم »

غیر مرکزی: $m_{X_1}=m_{X_2}=m\neq 0$ رایسین ← « « با « «

روابط PDF و میانگین و واریانس از کتاب مطالعه شود.

۶) توزیع ناکاگامی: ترکیبی از رایلی و رایسین است. در محیط‌های بی‌سیم گاهاً LOS و گاهاً NLOS

صفحه ۵۲ / ۵۳ کتاب   جدول صفحه ۵۷ حتماً مطالعه شود. « ۲.۳.۳ »

تمرین: ۲-۲ ، ۶

Fatima

فصل ۳) طرح های مدولاسیون دیجیتال

* کد دیجیتال ← مدولاتور ← شکل موج یا سیگنال

چند بیت صفر و یک

طول کد یا تعداد بیت

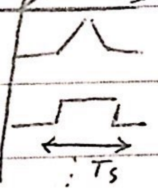
با یک طول زمانی مشخص (T_s) طول خروجی ثانیه

* در حالت کلی رشته بیت ورودی است به k بیت، k بیت جدا و وارد مدولاتور می شود

نتیجه: مدولاتور مثل یک مبدل یا ترجمه یا نگاشت شده بین کدهای دیجیتال ورودی و سیگنال های خروجی

پس می توان یک جدول نگاشت متناظر یا mapping برای هر مدولاتور ارائه نمود.

کد ورودی	سیگنال متناظر
000	
001	T_s
⋮	



نکته: با k بیت می توان 2^k حالت مختلف ایجاد کرد

$2^k \left\{ \begin{array}{l} 00\ldots0 \\ \text{یکی یکی افزایش} \\ 11\ldots1 \end{array} \right.$

نکته: سیگنال های خروجی متناظر با کدهای ورودی $S_m(t)$ ، $m=1,\ldots,2^k$

نکته: قرارداد $\boxed{M=2^k}$ تعداد کل تعداد سیگنال های مدولاتور که M به عنوان مرتبه یا order مدولاسیون شناخته می شود

نکته: برای هر سیگنال می توان معادل پایین گذر تعریف نمود.

$S_m(t) \xrightarrow[\text{پایین گذر}]{\text{معادل}} S_{ml}(t)$

$S_m(t) = Re\left[S_{ml}(t)\, e^{j2\pi f_0 t} \right]$ که معمولاً با $S_{ml}(t)$ کار می کنیم.

نکته: به مجموعه کل M سیگنال یک مدولاسیون « بانک مدولاسیون » « مدولاتور سری » گویند

نکته: طراحی مدولاتور به نوعی مسابقه نقاشی کشیدن است که می‌توان شکل موج های مختلف ارائه

کرد اما با فرض بیان . بنابراین ∞ مدولاسیون دیجیتال داریم

ولی در عمل مدولاسیون های محدودی رایج هستند زیرا تحلیل ریاضی هر شکل دلخواه امکان پذیر نیست.

نکته: فلسفه وجود یا لزوم مدولاسیون: به دلیل محدودیت کانال در انتقال از مبدأ به مقصد است

کانال ها قادر به انتقال هر چیزی مثل صفر و یک نیستند. اما می‌توانند ولتاژ و جریان را منتقل کنند که

در واقع سیگنال های الکتریکی هستند. پس مدولاتور مبدل صفر و یک به سیگنال الکتریکی قابل انتقال می‌باشد

نکته: سرعت انتقال سیگنال ها را با symbol rate نرخ سمبل یا نرخ سیگنالینگ

نشان می‌دهیم. واحد: $\frac{symbol}{sec}$ یا $\frac{signal}{sec}$

که نشان دهنده آن است که در هر ثانیه چند سیگنال ارسال یا دریافت می‌شود. $R_s = \frac{1}{T_s}$

نکته: پارامتر bit rate یا نرخ بیت بیانگر سرعت کاربردی می‌باشد که تعداد بیت های

ارسالی یا دریافتی در هر ثانیه را نشان می‌دهد $R_b = K R_s$

واحد: R_b برحسب (bps) « bit per sec » یا (Bps) « Byte per sec »

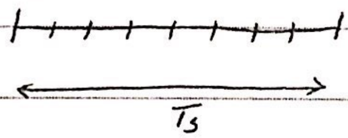
Fatima

Subject: .... Year: .... Month: .... Date: ....

نکته: عرض یک بیت T_b ← bit time

$T_b = 1/R_b$ ، $T_b = T_s/K$

تقسیم به K برای K بیت



نکته: در واقعیت برای ارسال یک سیگنال باید توان یا انرژی مصرف شود

$\mathcal{E}$ مقدار انرژی ، P یا S مقدار توان

که فرمول تعریف برای بیت ها یا سمبل هستند.

$\mathcal{E}_b$: انرژی متناظر با یک بیت داخل سمبل

$\mathcal{E}_s$: انرژی کل سمبل یا سیگنال

$$\mathcal{E}_s = K\,\mathcal{E}_b \qquad M = 2^k \qquad K = \log_2 M$$

نکته: در حالت کلی انرژی یا توان سیگنال های $s_m(t)$ مدولاسیون می توانند متفاوت باشند.

می توان آن ها یا متوسط کل آن ها را به عنوان توان یا انرژی متوسط مدولاسیون بدست آورد.

P_{avg} یا $\mathcal{E}_{avg}$ یا $\bar{P}$ یا $\bar{\mathcal{E}}$ =

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{avg} = \sum_{m=1}^{M} P_m \mathcal{E}_m \\ \mathcal{E}_{avg} = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \mathcal{E}_m \end{cases}$$

احتمال سیگنال P_m

$$\bar{P} = \frac{\mathcal{E}_{bavg}}{T_b} = R_b\,\mathcal{E}_{bavg}$$

انواع مدولاسیون ها:

بدون حافظه: (1) بدون کریر «باندپایه» base band مثل $\boxed{PAM}$

NRZ - RZ - HDB3 - AMI

2) با کریر: ASK ، PSK ، FSK ، QAM

PSK ← BPSK - QPSK ، ...

حافظه دار: 1) بدون کریر: NRZ I و یا براساس encoder های حافظه دار

2) با کریر: مثل CPM ، CPFSK ، MSK ، GMSK

OQPSK

Fatima

Subject: Year: Month: (۱۶) Date:

بررسی مدولاسیون : ۱) معرفی مدولاسیون

۲) تحلیل مدولاسیون : توان متوسط ، پهنای باند ، متوسط احتمال خطا

در حالت کلی یک مدولاسیون دلخواه مرتبه M که حاوی M سیگنال ، $S_m(t)$ است.
$m=1,\dots,M$

تذکر: اندیس L معادل پایین گذر است

$$S_m(t) = Re\left[S_{mL}(t) \cdot e^{j2\pi f_c t}\right]$$

معادل کلی

نکته: فرم کلی برای خانواده مدولاسیون های بدون حافظه

ثابت و هستند که عمر دارد

دامنه ها (A) بیان شده

$$S_m(t) = Re\left[A_m g(t)\, e^{j\frac{2\pi}{M}(m-1)} \cdot e^{j2\pi m\Delta f t} \cdot e^{j2\pi f_c t}\right]$$

رابطه کلی

حامل

فاکتور تغییرات دامنه ، فاکتور تغییرات فاز ، فاکتور تغییرات فرکانس ، فرکانس حامل

ثابت ، دارد m با فرکانس کلی

A_1
A_2

نکته: در رابطه کلی فوق سه جور فاکتور داریم : A_m معرف دامنه در سیگنال های مختلف

$g(t)$: پالس شکل دهی به سیگنال های مدولاسیون ، مثلا به شکل مستطیلی یا ...

$e^{j\dots}$: معرف دو نوع اطلاعات هستند : ۱) اطلاعات فاز ، مواقعی که فاز متغیر داشته باشیم

۲) اطلاعات فرکانس ، مقادیر ... اگر روی ... t داشته باشیم مثل $e^{j2\pi f_c t}$ به معنای فرکانس

نکته: مدولاسیون به معنای یک مجموعه از شکل های مختلف است. و با ایجاد تغییراتی در یک شکل

می توان مدولاسیون به وجود آورد.

Fatima

سوال: چه چیزی را در شکل تغییر دهیم؟ دامنه ها ، فازها ، فرکانس ها

* چیزی که تغییر کند اندیس m را می‌گیرد.

نکته: در هر مدولاسیون فاکتورهای که با آنها کاری نداریم از فرمول ها حذف می‌کنیم.

تذکر: $Re\{e^{j2\pi f_c t}\} = \cos(2\pi f_c t)$ $\quad Im\{e^{j2\pi f_c t}\} = \sin(2\pi f_c t)$

کاریر

نکته: دامنه‌های A_m می‌تواند اعداد حقیقی و یا مختلط باشند

$1+2i$ $\quad$ $1, 1, 5, \ldots$

تذکر: اعداد مختلط خودشان دارای فاز هستند و می‌توان برای فازهای مختلف به جای فاکتور فاز

از همان فاکتور دامنه A_m ولی با مقادیر مختلط استفاده نمود

: PAM

چون بدون کاریر است پس $e^{j2\pi f_c t}$ حذف می‌شود و هم چنین چون فقط با دامنه کار می‌کنیم

پس فاکتورهای تغییر ~~دامنه~~ فرکانس و فاز را حذف می‌کنیم.

PAM: $s_m(t) = Re\{A_m g(t)\}$

$s_m(t) = Re\{A_m g(t)\, e^{j2\pi f_c t}\}$ $\quad$ تغییر اندازه دامنه ← با کاریر : ASK

$s_m(t) = Re\{g(t)\, e^{j\frac{2\pi}{M}(m-1)}\, e^{j2\pi f_c t}\}$ $\quad$ فاز ← : PSK

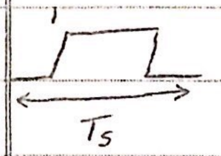
$s_m(t) = Re\{g(t)\, e^{j2\pi m\Delta f t}\, e^{j2\pi f_c t}\}$ $\quad$ فرکانس ← : FSK

QAM: تغییرات توأم دامنه و فاز و برای ساده‌تر شدن فرمول با توجه به تذکر از A_m ها

Fatima

مختلط استفاده می کنیم. QAM: $s_m(t)=Re\{A_m g(t) e^{j2\pi f_c t}\}$

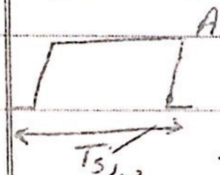
حتماً باید مختلط باشد



نکته: در عمل عموماً $g(t)$ از نوع پالس مستطیلی می باشد.

نکته: خود پالس $g(t)$ می تواند یک دامنه ثابت و دلخواه مثل A داشته باشد. بعضی از نویسندگان

دامنه A را جدای از $g(t)$ می نویسند یعنی فرض می کنیم که $g(t)$ دامنه یک دارد. $Ag(t)$



- حال مطابق رویه کتاب هر یک از مدولاسیون ها را به طور جداگانه و با تفصیل بیشتر بررسی می کنیم

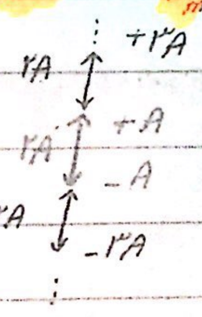
الف) معرفی مدولاسیون PAM

طبق رابطه کلی $s_m(t)=Re\{\underset{\text{حقیقی}}{A_m}\,\underset{\text{حقیقی}}{g(t)}\}=A_m g(t)$

در کتاب برای این مدولاسیون بجای $g(t)$ از $p(t)$ استفاده کرده است

pulse: (عبارت هر شکل با زمان محدود یعنی دارای آغاز و یک پایان)

نکته: روش انتخاب مقادیر دامنه های A_m در PAM.



با دو شرط: ۱) متقارن (±)
۲) با فواصل یکسان

این مقادیر با رابطه ریاضی زیر حاصل می شود. $A_m=2m-1-M$ $M=2^K$

$m=1,\dots,M$

$A_m=2m-1-M$

$m=1$

نکته: سیگنال های مدل $S_m(t)$ با سه روش مدل ارائه هستند: فرمول، بردار، صورت شکل

فرمول $\boxed{S_m(t) = A_m p(t)}$

برای فرم های برداری یا نقطه ای نیاز به یک دستگاه اورتونرمال داریم با N پایه

خانواده PAM مدولاسیون یک بعدی است و $N=1$ است و یک پایه دارد به $\phi(t)$ ،،

$$\phi(t) = \text{برگرفته از} = \frac{p(t)}{\|p(t)\|} = \frac{p(t)}{\sqrt{\mathcal{E}_p}}$$

$g(t)$ یا $p(t)$ همان

پس ترکیب خطی پایه های تواند سیگنال های $S_m(t)$ را ایجاد کند.

بازنویسی $S_m(t)$ براساس $\phi(t)$ ها:

$$S_m(t) = A_m p(t) = \underbrace{A_m \sqrt{\mathcal{E}_p}}\, \phi(t)$$

مؤلفه های داخل بردار معادل

$$\underline{S}_m = [A_m \sqrt{\mathcal{E}_p}]$$

پس بردارها به عنوان مختصات نقاط در صورت شکل خواهد بود.

$$\cdots \times \quad \times \quad \underset{0}{|} \quad \underset{A_1\sqrt{\mathcal{E}_p}}{\times} \quad \times \cdots$$

نکته: می توان تعبیر فاصله بین سیگنال ها را با فاصله بین نقاط متناظر با آنها را بدست آورد.

d_{mn} فاصله بین دو نقطه یا سیگنال

$S_n(t)$ و $S_m(t)$

$$d_{mn} = |A_m - A_n| \sqrt{\mathcal{E}_p}$$

$$\underset{A_m\sqrt{\mathcal{E}_p}}{\overset{S_m}{\times}} \quad \underset{S_n}{\overset{A_n\sqrt{\mathcal{E}_p}}{\times}}$$

نکته: در مدولاسیون d_{min} یا فاصله حداقل بین نقاط برای احتمال خطای باشد که d_{min} هرچه بیشتر باشد احتمال خطا کمتر و کیفیت بهتر است

$$d_{min_{PAM}} = 2A\sqrt{\mathcal{E}_p}$$

محاسبه توان و انرژی :

$$\mathcal{E}_s = \int |s(t)|^2 dt$$

$$PAM \rightarrow \mathcal{E}_m = \int s_m^2(t)\,dt = \int A_m^2 p^2(t)\,dt = A_m^2 \underbrace{\int p^2(t)\,dt} = A_m^2 \mathcal{E}_p$$

متوسط انرژی :

$$\mathcal{E}_{avg} = \frac{\text{مجموع } \mathcal{E}_m \text{ ها}}{\text{تعداد } \mathcal{E}_m \text{ ها}} = \frac{\sum_{m=1}^{M} A_m^2 \mathcal{E}_p}{M} = \frac{\mathcal{E}_p}{M}\sum_{m=1}^{M} A_m^2 = \frac{2A^2\mathcal{E}_p}{M}(1^2+3^2+\dots)$$

$$= \frac{2A^2\mathcal{E}_p}{M}\left[\frac{M(M^2-1)}{6}\right]$$

مجموع مربعات اعداد فرد تا $M-1$

مدولاسیون ASK : بسیار شبیه مدولاسیون PAM است تنها کافی است پالس PAM

را حاوی کریر سینوسی در نظر بگیریم

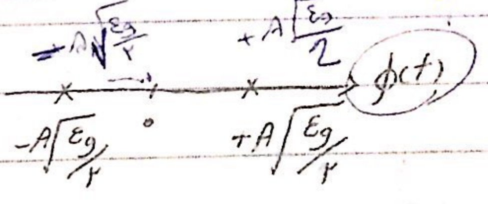
$PAM: s_m(t) = A_m p(t)$

$ASK: s_m(t) = A_m p(t)$

ASK نیز مانند PAM یک بعدی است ← $N=1$ ← یک پایه $\phi(t)$

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{E}_g}}\, g(t)\cos\omega_c t \qquad s_m(t) = A_m\sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}}\,\phi(t)$$

$$s_m = \left[A_m\sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}}\right]$$



تحلیل :

توان دارتری ASK . $\mathcal{E}_p = \frac{A_m^2}{2}\mathcal{E}_g$

توان sin و cos حتماً ½ است. $\mathcal{E}_{avg} = \frac{(M^2-1)\mathcal{E}_g}{4}$ متوسط

توان ASK . PAM $= \frac{\mathcal{E}_m}{T_s}$ $\quad P_m = \frac{\mathcal{E}_m}{T_s}$ ASK

فاصله بین سیگنال ها به معیاری جهت ارزیابی احتمال خطاست

$d_{mn} = |A_n - A_m|\sqrt{\mathcal{E}_g/2}$ $\quad d_{min} = \sqrt{2\mathcal{E}_g}$ $\quad d_{min}$ PAM $= 2A\sqrt{\mathcal{E}}$

حالت خاص : وضعیت باینری که فقط دو سیگنال دارد $N=2$

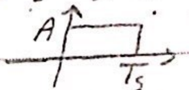
$s_1(t) = A_1 p(t) \quad s_2(t) = A_2 p(t) \quad A_1 = -A_2$

سیگنال های قرینه $s_1 = Ap(t) \quad s_2(t) = -Ap(t) \quad s_1(t) = -s_2(t) \rightarrow$

که antipodal نامگذاری می شوند. (که این دو سیگنال دارای انرژی و ضریب همبستگی متقابل -1 هستند)

مدولاسیون خانواده فاز : PSK « دامنه و فرکانس ثابت و فاز متغیر

$$s_m(t) = Re\{\underbrace{g(t)}_{\text{طبق قرارداد پالس مستطیلی}}\ \underbrace{e^{j\frac{2\pi}{M}(m-1)}}_{\text{فاز}}\ \underbrace{e^{j2\pi f_c t}}_{\text{کریر}}\}$$



$\mathcal{E}_g = A^2 T_s \qquad \sqrt{\mathcal{E}_g/2} = A\sqrt{T_s/2}$

$$s_m(t) = \underbrace{A}_{g(t)\ \text{دامنه پالس}} \cos(\underbrace{\omega_c}_{\text{ثابت}} t + \underbrace{\frac{2\pi}{M}(m-1)}_{\text{فاز}})$$

$$s_m(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right)\cos\omega_c t - A\sin\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right)\sin\omega_c t$$

نتیجه : 1) دو کریر از نوع sin و cos داریم $\boxed{2)\ \text{دو بعدی}\ N=2}$

Fatima

Subject: Year: Month: Date:

پایه ها:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{E}_g}}\cos(\omega_c t) \cdot g(t)$$

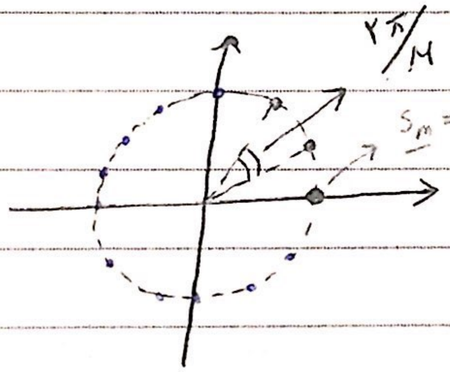
$$\phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{\mathcal{E}_g}}\, g(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$

بخاطر بازکردن cos

با بازنویسی $s_m(t)$ ها که sin و cos با $\phi_1(t)$ و $\phi_2(t)$ جایگزین می‌شوند.

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}}\cos\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right)\phi_1(t) + \sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}}\sin\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right)\phi_2(t)$$

$$\underline{s}_m = \left[\sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}}\cos\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right), \sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}}\sin\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right)\right]$$



صورت فنی، به صورت یک دایره

M نقطه با فاصله مساوی $\frac{2\pi}{M}$ و شروع از فاز صفر روی محیط دایره خواهیم داشت.

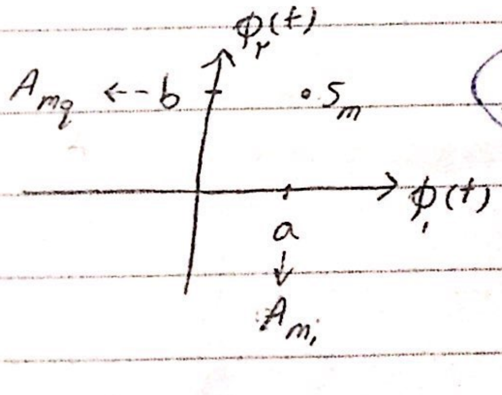
اگر $n=2$ ←

$$d_{min} = \sqrt{\mathcal{E}_g\left(1-\cos\frac{2\pi}{m}(m-n)\right)}$$

برای $m-n=1$

$$d_{min} = \sqrt{\mathcal{E}_g\left(1-\cos\left(\frac{2\pi}{m}\right)\right)}$$

مدولاسیون QAM: تغییرات توأم دامنه و فاز



ترکیب خطی

$$s_m(t) = a\phi_1(t) + b\phi_2(t)$$

$$\underline{s}_m = [a, b]$$

در عمل ϕ_1 و ϕ_2 همان کار $\boxed{\sin}$ و $\boxed{\cos}$ است.

A_m : تغییرات دامنه ← اندیس i ← مختصات محور افقی ← مؤلفه هم فاز inphase

↳ اندیس q ← " " عمودی ← مؤلفه تربیعی quadrature

$s_m = A_{mi} + jA_{mq}$

بررسی انرژی در QAM :

$\mathcal{E}_m = s_m$ انرژی $= \frac{\mathcal{E}_g}{2}(A_{mi}^2 + A_{mq}^2)$

محاسبه فاصله : $\boxed{d_{mn}}$ معادل مفهوم نرم تفاضل .

$d_{mn} = \| \underline{s}_m - \underline{s}_n \| = \sqrt{\mathcal{E}_{|\underline{s}_m - \underline{s}_n|}}$

$\sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}\left[(A_{mi}^2 - A_{ni}^2) + (A_{mq}^2 - A_{nq}^2)\right]}$ $\boxed{d_{min} = \sqrt{2\mathcal{E}_g}}$

جمع بندی در جدول ۳.۲.۱ کتاب ص ۱۰۷

نکته : خانواده مدولاسیون های دامنه و فاز " ASK و PSK و QAM و PAM "

اولاً : به عنوان مدولاسیون های خطی معروفند و تحلیل آنها ساده تر است .

ثانیاً : همه یا یک بعدی هستند و یا دوبعدی یعنی نقاط صورت بندی روی یک خط و یا یک صفحه قرار دارند

در ادامه کتاب به انواع مدولاسیون های پیچیده تر مثل بعدهای بالاتر " چند بعدی " .

که از بعد سه بعد را multi dimensional نامیده می شوند . بعد ۳ نیز قابل تجسم است و

بعدهای بالاتر از سه قابل تجسم نیستند .

نکته: چون در حالت کلی بسیار پیچیده می‌شوند معمولاً فقط در حالات خاص ساده‌تر بررسی می‌شوند

که این حالات، حالت متعامد $\boxed{\text{orthogonal}}$ هستند

مدولاسیون متعامد، مدولاسیون‌هایی هستند که تمام سیگنال‌های مدولاسیون دو به دو بر هم عمودند

$$\forall\, m \neq n \;, \quad \langle s_m(t), s_n(t) \rangle = 0 \longrightarrow \boxed{s_m \perp s_n(t)}$$

نکته: به دلیل تعامد سیگنال‌ها، می‌توان پایه‌های ارتونرمال فضای مولد را به راحتی بدست آورد

$$\phi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\|s_1(t)\|} = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}}$$

درستش: $\phi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\|s_1(t)\|} = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}}$

$\vdots$

$$\phi_M(t) = \frac{s_M(t)}{\|s_M(t)\|} = \frac{s_M(t)}{\sqrt{E_M}}$$

نکته: برای ایجاد سهولت بیشتر می‌توان فرض نمود که تمام سیگنال‌ها با یکدیگر هم انرژی هستند

$$E_1 = E_2 = \dots = E \qquad \phi_J(t) = \frac{s_J(t)}{\sqrt{E}}$$

نکته: در مدولاسیون‌های متعامد $\boxed{M=N}$

فرم معادل برداری مدولاسیون متعامد: بردارهای N مؤلفه‌ای

$$\underline{s}_1 = [\sqrt{E}, 0, 0, \dots, 0] \qquad \underline{s}_2 = [0, \sqrt{E}, 0, \dots, 0]$$

حالت متعامد سیگنال‌های مدولاسیون

$$\underline{s}_M = [0, \dots, 0, \sqrt{E}]$$

محاسبه فاصله بین سیگنال ها: $d_{mn} = \| \underline{s}_M - \underline{s}_n \| = \| [0, \dots, \sqrt{\mathcal{E}}, \dots, 0, \dots, -\sqrt{\mathcal{E}}, \dots, 0] \|$

معادل مفهوم طول یا فاصله

دو مؤلفه مخالف صفر $+\sqrt{\mathcal{E}}$ ، $-\sqrt{\mathcal{E}}$

$= \sqrt{2\mathcal{E}}$ = جذر مجموع مربعات مؤلفه های بردار =

نتیجه: فاصله مستقل از m و n و یا سیگنال هاست یعنی تمام سیگنال ها هم فاصله نسبت به یکدیگرند

و احتمال خطای تمام سیگنال ها یکسان خواهد بود. $d_{min} = d_{mn} = \sqrt{2\mathcal{E}}$

نکته: این حالت خاص از خانواده ای به اسم سیگنال های متعامد چند بعدی FSK متعامد است به تعامد از

نوع فرکانس است یعنی فرکانس هایی را انتخاب می کنیم که نسبت به هم عمود باشند

مثلا $\cos(2\pi f_1 t)$ ، $\cos(2\pi f_2 t)$ باید بر هم عمود باشند $\langle \cos(2\pi f_1 t) \cdot \cos(2\pi f_2 t) \rangle = 0$

$$\Rightarrow \int \cos(2\pi f_1 t)\, \cos(2\pi f_2 t)\, dt = 0 \Rightarrow \Delta f = f_2 - f_1 = \text{ضریب صحیحی از } \frac{R_s}{2} = K\frac{R_s}{2} = \frac{K}{2T_s}$$

شرط تعامد فرکانسی

نتیجه: پس برای ایجاد یک FSK متعامد مرتبه M باید M سیگنال مثل $s_1(t)$ الی $s_M(t)$ داریم با

تعامد فرکانسی $\Delta f_{min} = R_s/2$

$f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_{M-1} \quad f_M$

می توان f_1 را با هر یک از فرکانس ها به دلخواه انتخاب و بقیه را نسبت به آن با فواصل Δf انتخاب نمود.

Subject (۲۱)
Date

نتیجه: ماتریس معادل فرکانسی برای FSK " $e^{j2\pi m\Delta f t}$ "

$$s_m(t) = A\cos(2\pi f_c t + 2\pi m\Delta f t) = A\cos(2\pi(f_c + m\Delta f)t)$$

دامنه ثابت — سطح فاز ثابت، تغییر فرکانس داریم ⇐ FSK

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \dots = \mathcal{E}$$

$$d_{mn} = d_{min} = \sqrt{2\mathcal{E}}$$

نکته: بجز روش تساوی سازی فرکانس "FSK" می‌توان از روش های تساوی سازی دیگر نیز برای ایجاد مدولاسیون متعامد استفاده نمود که یک روش آن استفاده از ماتریس هادامارد می باشد

ماتریس های هادامارد:

پایه یا شروع $H_0 = [1]$

از روی این ماتریس ها می توان ماتریس های بزرگتر با مرتبه بیشتر ایجاد نمود.

$$H_{n+1} = \begin{bmatrix} H_n & H_n \\ H_n & -H_n \end{bmatrix}$$

$$H_0 = [1] \qquad H_1 = \begin{bmatrix} H_0 & H_0 \\ H_0 & -H_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} H_1 & H_1 \\ H_1 & -H_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

تمام سطرها و یا تمام ستون های ماتریس هادامارد دو به دو برهم عمودند.

پس می‌توان بردارهای متعامد را از سطرها و یا ستون‌های ماتریس هادامارد بدست آورد. می‌توان

هر سطر و یا هر ستون ماتریس هادامارد را به عنوان بردار معادل یک سیگنال مدولاسیون متعامد در

نظر گرفت.

مدولاسیون های Bi orthogonal :

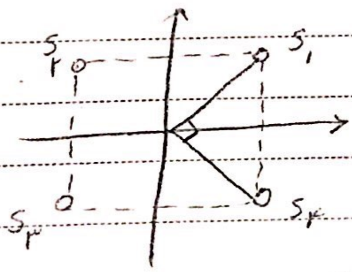
۱) برای هر سیگنال، قرینه یعنی منفی خودش نیز موجود است. یعنی اگر $s_m(t)$ جزء مدولاسیون

باشد $-s_m(t)$ نیز جزء آنها هست.

۲) نصف سیگنال ها متعامدند. پس در حالت کلی M-ary که M سیگنال داریم که نصف می شود

و $M/2$ آن متعامدند و $M/2$ دیگر قرینه متعامدها هستند. $N = M/2$

مثال: QPSK یک مدولاسیون Bi orthogonal است



$M = 4$ $\quad s_1 = -s_3$

$s_1 \perp s_2$ $\quad s_2 = -s_4$

مدولاسیون های simplex : از یک مدولاسیون M-ary متعامد بدست می آید

$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \dots = \mathcal{E}$

$s_1 \perp s_2(t) \perp \dots \perp s_m(t)$

در حالت کلی قابل تبدیل به یک حالت خاص به نام simplex است.

روش تبدیل به این صورت است که ما می‌آییم میانگین کل سیگنال‌ها را از تک تک آنها کم می‌کنیم.

میانگین کل سیگنال‌ها : $\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{\sum_{m=1}^{M} s_m(t)}{M} \triangleq \bar{s}(t)$

$s'_m(t) = s_m(t) - \bar{s}(t)$

مدل simplex — سیگنال‌های اولیه متعامد — میانگین کل

$\mathcal{E}' = \mathcal{E}\left(1-\frac{1}{M}\right)$

انرژی simplex — انرژی متعامد اولیه

نکته: $s_m(t)$ ها متعامدند اما $s'_m(t)$ ها یا simplex ها متعامد نیستند. $Re[\rho_{mn}] = \frac{1}{1-M}$

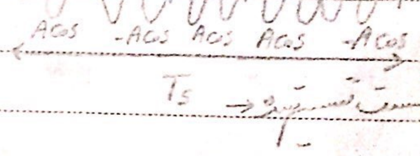
(ضریب همبستگی هر زوج سیگنال)

مدولاسیون‌های باینری:
تولید سیگنال باینری بود

روش: یک بیت دیجیتال بیت ساده (1) بیت داریم کافی است کل زمان سیگنال یعنی T_s را به L قسمت تقسیم می‌کنیم و سپس در هر قسمت یک مدولاسیون ($\frac{T_s}{L}$) BPSK بر حسب تک بیت متناظر با آن قسمت قرار می‌دهیم

+1 برای بیت Acos   -Acos برای بیت -1

مثال یک بعد ... داریم



T_s → در ۵ قسمت تقسیم شد

- مدولاسیون های حافظه دار: دو نوع هستن:

۱) باند پایه NRZ I ۲) با کریر FSK ← CPM

psk ← OQpsk

مفهوم حافظه در مدولاسیون:

→ بدون حافظه → فقط وابسته به ورودی های فعلی

دوستت دارم

من دیوانه

→ با حافظه → علاوه بر ورودی فعلی به کدهای قبلی هم وابسته است

مزیت: در طور کلی وجود حافظه باعث بهبود عملکرد می شود

عیب: باعث افزایش پیچیدگی می شود

در مدولاسیون بهبود اصلی ناشی از حافظه، کاهش پهنای باند است.

مدولاسیون های حافظه دار از باند پایه و بدون کاریر

مدل کلی برای این خانواده

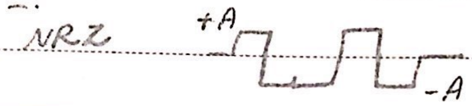
→ encoder حافظه دار → مدولاسیون بدون حافظه →

مثال: مدولاسیون NRZ یک مدولاسیون بدون حافظه است که به صورت زیر تعریف می شود:

1, 0 → NRZ → پالس مستطیلی با دامنه + +A, -A

Subject (۲۳)
Date

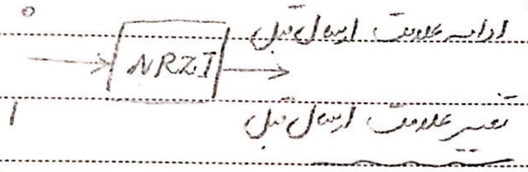
مثال: رشته بیت 1 0 0 1 0



→ بدون حافظه مستقل از گذشته

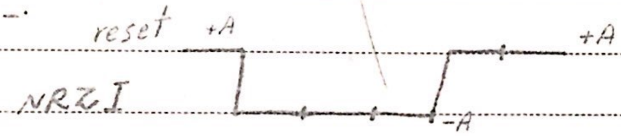
حال قصد تبدیل NRZ بدون حافظه را به یک مدل حافظه دار داریم. هم نگاری کد NRZI
Invert on ones

که به معنی تغییر پلاریته در ارسال یک ها رخ می دهد.

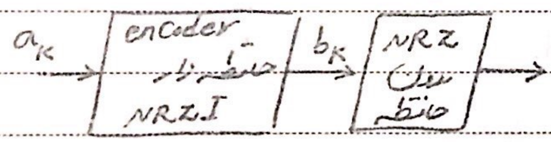


→ وابسته به گذشته

مثال: رشته بیت 1 0 1 0 1 0



طبق مدل های می توان NRZI را به شکل زیر مدل نمود:



که رابطهٔ encoder معمولاً به صورت یک ترکیب خطی از xoR ها یا جمع استفاده می کنیم.

$b_K = a_K \oplus b_{K-1}$

A	B	xoR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

xoR معادل جمع پیمونی در حوزه دیجیتال ولی بدون ده بریک

$A \oplus B = \bar{A}$

اگر یکی از ورودی های را یک بدهیم مثل Not برای ورودی اول می شود

$b_k = a_k \oplus b_{k-1} \longrightarrow a_k = 0 \longrightarrow b_k = b_{k-1}$ $\qquad$ b_{k-1} : خروجی قبلی

$\quad \hookrightarrow a_k = 1 \longrightarrow b_k = \bar{b}_{k-1}$ $\qquad$ b_k : " فعلی

a_k : ورودی فعلی

در حالت کلی: b_k = خروجی = ترکیب خطی خاص = ترکیب خطی حال و گذشته

encoder $\quad \cdots + a_{k-1} + a_k$ ورودی و خروجی

$b_{k-2} + b_{k-1}$

یادآوری: معرفی نمودار حالت: به عنوان یک ابزار دیگر معرفی مدولاسیون حافظه دار باید پایه

که تعدادی دایره به همراه فلش های ارتباطی بین آنها

حالت: هر مقدار ممکن قابل ذخیره شدن در حافظه فرضی سیستم

N بیت

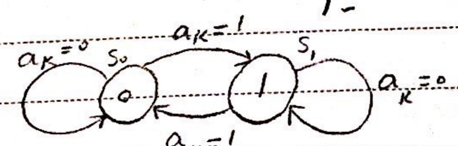
حجم حافظه اصلی سیستم N بیت است که تعداد کل حالات 2^N است

مثال: انکودر حافظه دار $\boxed{b_k = a_k \oplus b_{k-1} \oplus b_{k-2}}$ $\qquad$ حالت $2^2 = 4$ $\qquad N = 2$

مثال: NRZI : $b_k = a_k \oplus b_{k-1}$ $\qquad$ حالت $\to 0, \to 1$ $\qquad 2^1 = 2$ $\qquad N = 1$

برای رسم نمودار حالت هر یک از حالات را با یک دایره نمایش می دهیم

برای NRZI



داخل دایره مقدار حافظه داخلی متناظر با آن حالت را قرار می دهیم یعنی برای هر دایره فرض می کنیم

یک ورودی جدید به سیستم وارد شود با تغییر حالت ها (با فلش) مشخص می کند.

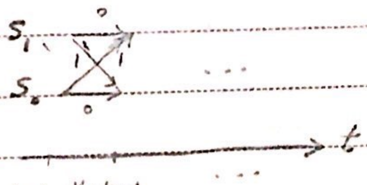
داخل دایره های حالات b_{k-1} است و سپس یک a_k جدید وارد می شود

و به حالت b_k یا حالت یا دایره جدید (با فلش) مشخص می کنیم

بر روی فلش های نمودار حالت مقادیر ورودی و خروجی های فعلی را می نویسیم

نکته: نمودار تریلیس: trelis

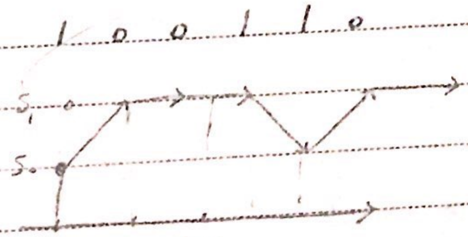
نمودار باز شده = نمودار حالت روی محور زمان



۱) ترسیم محور زمان
۲) حالت ها را در لحظه ارسال مشخص می کنیم
۳) بر اساس ورودی جدید a_k با فلش، حالت جدید را طبق نمودار حالت مشخص می کنیم.

مثال: رشته بیت ارسالی

1 0 0 1 1 0



هر رشته بیت یک مسیر را روی شکل تریلیس ایجاد می کند

مدولاسیون های حافظه دار یا کاربرد: از خانواده FSK ← CPM

PSK

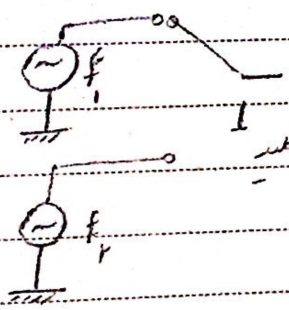
بررسی خانواده CPM : continuose phase modulation

مدولاسیون فاز پیوسته

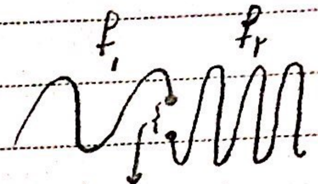
مفهوم: باید تفاوت گرفتن FSK :

ارسال بیت صفر ← ارسال فرکانس f_1 ← با اسیلاتور با فرکانس f_1

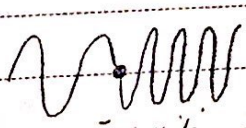
ارسال بیت یک ← f_2 ← " " ← f_2



در لحظات تغییر وضعیت کلید چه اتفاقی رخ می دهد



در بین ارسال ها جهش تغییر ناگهانی فاز



مشکل فاز گسسته: افزایش پهنای باند به دلیل هستند پرش ها یا جهش ها و یا تغییرات ناگهانی معادل فرکانس های بالا افزایش پهنای باند هستند

فرم رابطه ریاضی یعنی CPM : ← حامل ← $\cos(2\pi f_c t)$

← FSK ← دامنه ثابت ← A_0 ← $\sqrt{2E/T}$

← فاز اولیه ثابت ← ϕ_0

← تغییرات فرکانس ← بر حسب فاز ← $\phi(t, I)$

Subject (۲۵)
Date

$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi(t,\underline{I}) + \phi_0)$

E: انرژی کل سیگنال
f_c: فرکانس ثابت سیگنال

نکته: فاز و فرکانس رابطه مشتق و انتگرال باهم دارند. فرکانس مشتق فاز و فاز انتگرال فرکانس است.

مشتق فاز لحظه‌ای = کل آرگومان cos = فرکانس لحظه‌ای برحسب (w)

$\omega(t) =$ فرکانس لحظه‌ای $= \frac{d}{dt}(2\pi f_c t + \phi(t,\underline{I}) + \phi_0) = 2\pi f_c + \frac{d\phi(t,\underline{I})}{dt}$

فرکانس لحظه‌ای s(t) مربوط به CPM برحسب هرتز

$f(t) = f_c + \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t,\underline{I})}{dt}$

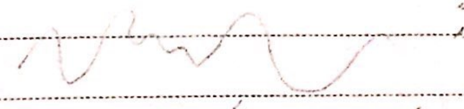
$\underline{I}$: بردار کل سمبل یا اطلاعات ورودی مدولاتور از گذشته تا حال

$\dots, I_{n-2}, I_{n-1}, I_n \rightarrow \boxed{\text{مدولاتور CPM}} \xrightarrow[\text{برداری}]{\text{بصورت}} \underline{I}$

اگر عمق حافظه برابر با N باشد یعنی حافظه N ورودی گذشته مهم هستند و بقیه قابل صرف‌نظرند

$\phi(t,\underline{I})$: تابع شکل تغییرات فاز متناسب با اطلاعات ورودی $\underline{I}$ است.

$\underline{1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1}$
I



سوال: شکل یا رابطه کلی $\phi(t,\underline{I})$ چگونه است؟ یک شرط اصلی پیوسته بودن $\phi(t,\underline{I})$ است.

پاسخ: رابطه کلی $\phi(t,\underline{I})$:

سیگنال همه حافظه

$\phi(t,\underline{I}) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{n} I_k h_k q(t-kT)$

I_k: kامین ورودی مدولاتور   q(t): تابع شکل دهی فاز پیوسته

h_K: یک ضریب باشد

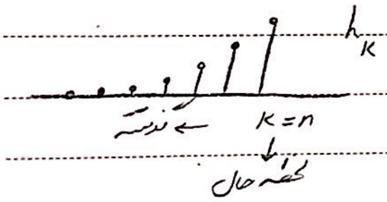
نتیجه: شرط پیوستگی فاز روی تابع شکل دهی $q(t)$ می‌رود یعنی $q(t)$ باید پیوسته باشد

پیشنهاد: از شرط پیوسته سازی انتگرال استفاده می‌کنیم

$$q(t) \triangleq \int_0^t g(\lambda)\,d\lambda$$

$g(\lambda)$: دلخواه است حتی مجاز به داشتن جهش و ناپیوستگی یا پله است در مشابه $q(t)$ در مدولاسیون های بدون حافظه قبلی.

پس از ایجاد $q(t)$، اطلاعات I_K را روی آن اثر می‌دهیم و با یک درجه آزادی یا کنترل بیشتر مثل h_K دیده می‌شود



h_K: مشابه ضریب فرابوشی

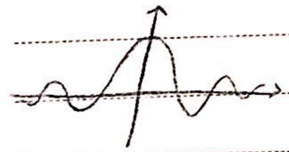
اگر چه شکل $g(\lambda)$ دلخواه می‌باشد اما در عمل سه شکل رایج ترند:

۱) مستطیلی — Lrect

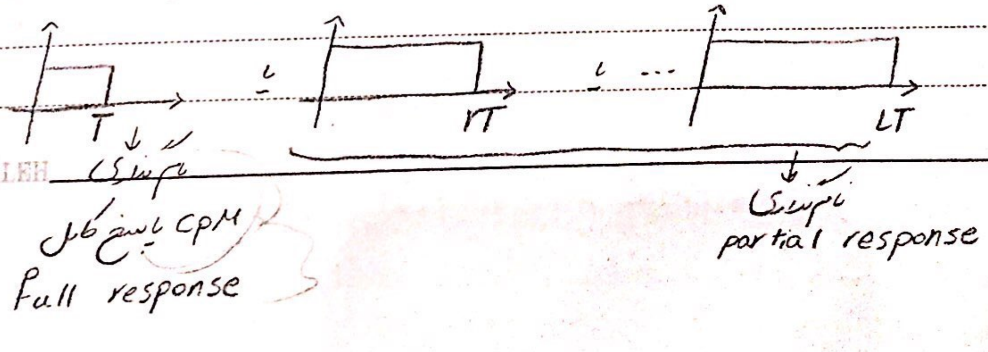
۲) گوسی — LG

۳) Raised Cosine — LRC

* L می‌تواند عددی صحیح باشد



نکته: عرض زمانی پالس پایه $g(\lambda)$ می‌تواند T و $2T$ و ... و LT^* باشد. مثلا



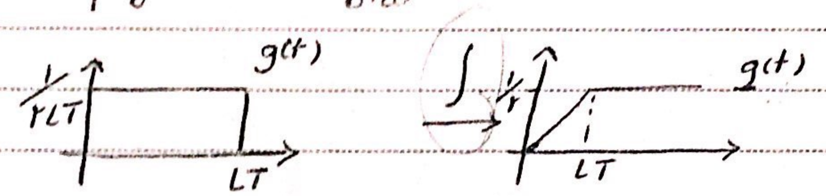
مفهوم: تأثیر یک ورودی روی شکل فاز در طول چند سمبل ادامه پیدا می‌کند (L سمبل)

مفهوم: اعمال یک ورودی به مدولاتور تأثیری که در بازه‌های زمانی LT دارد باید لحاظ کنیم

وزن یک ورودی صفر تا شروع روی فاز اعمال شده است. مدل مفهوم عمل حافظه است

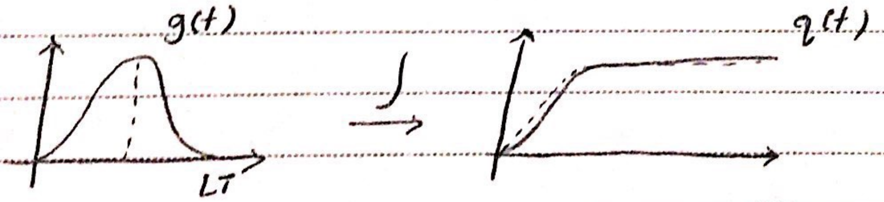
توجه: عمل تبدیل با این روش متفاوت است

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2LT} & 0 \leq t < LT \\ 0 & o.w \end{cases}$$ ← LRect خلاصه ص ۱۱۹



سطح $\frac{1}{2}$

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2LT}\left(1-\cos\frac{2\pi t}{LT}\right) & 0 \leq t < LT \\ 0 & o.w \end{cases}$$ ← LRC



سطح $\frac{1}{2}$

GMSK

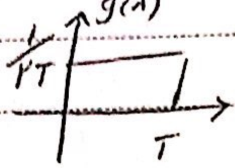
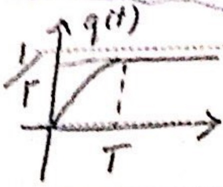
$$g(t) = \frac{Q\left(2\pi B\left(t-\frac{T}{2}\right)\right) - Q\left(2\pi B\left(t+\frac{T}{2}\right)\right)}{\sqrt{\ln 2}}$$ ← LCA

که $Q(.)$ همان q-function گوسی است

B: پهنای باند فرکانسی پالس گوسی است و تابع‌های گوسی شبیه RC است.

بررسی حالت خاص‌تر از CPM :

CPFSK : اولاً انتخاب پالس Rect به عنوان پاسخ ضربه (تا T) انتخاب fullresponse

یعنی $L=1$ ←  ← انتگرال بگیری ← $q(t)$ ← 

و ثانیاً مقادیر ضرایب اندیس مدولاسیون را $\boxed{h_k=2f_dT=cte}$ انتخاب می‌کنیم.

سپس با جایگذاری مقادیر انتخابی خاص در $\phi(t,I)$:

n ← شماره اینتروال فعلی

$$\phi(t,I)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{n} I_k\,\underbrace{2f_dT}_{h_k}\,q(t-kT)$$

چون انتخاب full res داشته‌ایم پس برای اینتروال‌های قبل یا گذشته یعنی از $-\infty$ تا $(n-1)$ به

پاسخ کامل رسیده‌ایم یعنی $q(t)$ برای گذشته‌ها $\frac{1}{2}$ شده است

$$\phi(t,I)=\sum_{\text{روی کش}}\text{تقسیم به}=\underbrace{\text{بخش مربوط به قبل}}_{k=-\infty \text{ تا } (n-1)}+\underbrace{\text{بخش مربوط به حال}}_{k=n}$$

$$\phi(t,I)=2\pi\,2f_dT\times\frac{1}{2}\sum_{k=-\infty}^{n-1}I_k+2\pi f_dT\times2I_n\,q(t-nT)$$

$$\phi(t,I)=\underbrace{2\pi f_dT\sum_{k=-\infty}^{n-1}I_k}_{\text{ثابت در فاز ثابت}}+\underbrace{4\pi f_dI_nTq(t-nT)}_{\text{متغیر با زمان به صورت خطی}}$$

$$s(t)=A\cos\left(2\pi f_0t+2\pi f_dT\sum I_k+4\pi f_dTI_nq(t-nT)\right)+\phi_0)$$

نکته: با مشتق‌گیری از فاز به فرکانس می‌رسیم :

$$\underset{\text{فرکانس لحظه‌ای}}{f(t)}=\frac{1}{2\pi}\frac{d(\text{کل فاز})}{dt}$$

برای CPFSK : $f(t) = \frac{1}{2\pi}\left(2\pi f_c + 0 + 4\pi f_d T I_n \times \underbrace{g(0)}_{\frac{1}{2T}}\right)$

$f(t)_{CPFSK} = f_c + f_d I_n$

فرکانس حامل اولیه

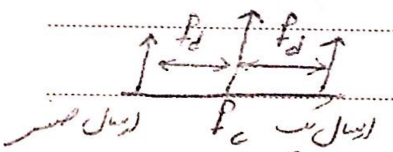
تغییر یا انحراف فرکانس نسبت به فرکانس اولیه f_c که حاصل از ورود دیتا I_n به مدولاتور است

تذکر: در حالت عمومی I_n ها یا داده های ورودی مدولاتور حالت دادی از نوع PAM هستند. ±1 و ±3 و ±5

مثلا در حالت باینری $\boxed{I_n=\pm1}$ و در حالت $I_n=\pm1, \pm3, \pm5, \pm7$: 4-ary

در حالت خاص CPFSK باینری : $I_n=\pm1 \longrightarrow I_n=+1 \xrightarrow[\text{بیت ۱}]{\text{ارسال}} f(t)=f_c+f_d$

$\longrightarrow I_n=-1 \xrightarrow[\text{بیت صفر}]{\text{ارسال}} f(t)=f_c-f_d$

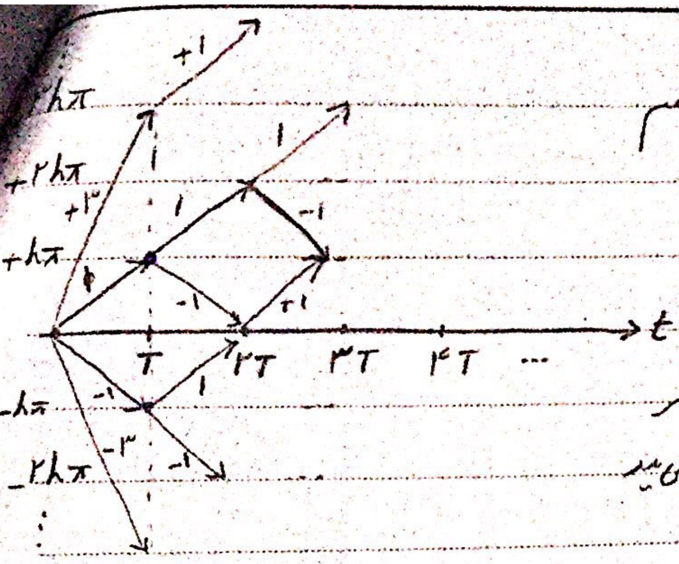


$\longrightarrow$ FSK معمولی حاصل $\longrightarrow$ freq deviation : f_d

در رابطه فاز CPFSK : $\phi(t,I) = h\pi \sum I_k +$ تغییر فاز خطی

پس می توان نتیجه گیری کرد که با اعمال هر ورودی جدید به مدولاتور تا زمانیکه تغییر آن اعمال شود، اثری در حافظه فاز سیستم باقی می گذارد که مقدار آن $h\pi$ و یا $-h\pi$ خواهد بود یعنی ورودی صفر $-h\pi$ فاز را کاهش و به ازای ورودی یک $+h\pi$ فاز را افزایش می دهد.

نمودار درخت فاز : نمودار تغییرات فاز لحظه‌ای سیگنال



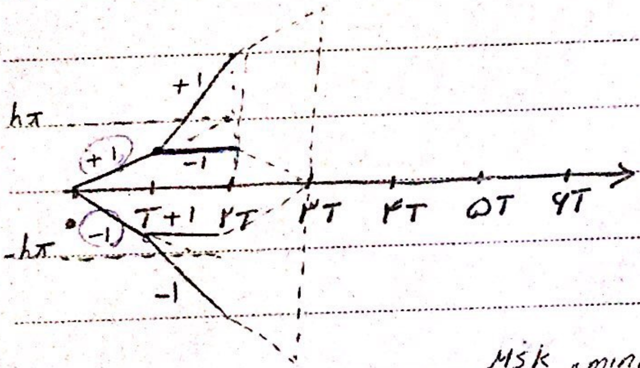
حالت ۴ مثال 4ary

۳+ اگر باید درخت فاز آن به اندازه $3h\pi$ افزایش دهد و اگر

۳- وارد شود " " " $-3h\pi$ کاهش می‌یابد

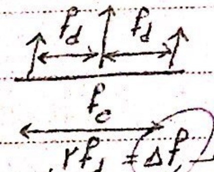
نکته: در شرایط پاسخ جزئی مثل L-REC ، پاسخ در LT به اتمام می‌رسد

مثال: برای cpFSK حتی در شرایط پاسخ جزئی فرض کنیم L=2 باشد، یعنی در 2T پاسخ کامل شود.



حالت خاص بعدی: MSK minimum shift keying

MSK حالت خاص cpFSK است.



فاصله فرکانس های FSK

سوال: تعداد تغییر یا f_d چه قدر باشد؟

در پاسخ به این سوال باید گفت که با افزایش f_d پهنای باند زیاد می‌شود که نقطه ضعف است ولی حسن آن

کاهش احتمال خطا است. یک پیشنهاد خوب: f_d طوری انتخاب می‌شود که فرکانس های FSK بر هم عمود گردند

و دمدولاسیون ساده.

به طور کلی شرط تعامد فرکانس : K : مضرب صحیح دلخواه و معمولاً $K=1$ $\quad \Delta f = K \frac{R_s}{2}$

$\Delta f = \frac{R_s}{2} = 2f_d \quad ; \; R_s = 1/T \longrightarrow 2f_d = \frac{1}{2T} \longrightarrow \boxed{f_d = \frac{1}{4T}}$

به این شرایط اصطلاحاً MSK می گوییم زیرا حداقل شیفت فرکانسی حول f_c یعنی f_d که به ازای K

حداقل یعنی $K=1$ بدست آمده برای داشتن شرط تعامد به حداقل پهنای باند را خواهیم داشت

نکته : در CPFSK می : اندیس مدولاسیون $\quad h = 2f_d T$

پس در حالت MSK که $f_d = \frac{1}{4T}$ است داریم $\quad h_{MSK} = \frac{1}{2}$

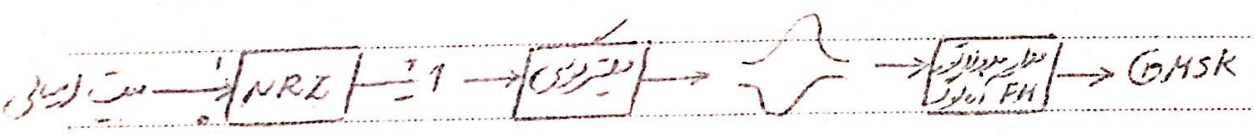
جمع بندی : MSK همان CPFSK است با شرایط خاص $h = \frac{1}{2}$ و پالس Rec و پاسخ کامل

حالت خاص بعدی GMSK ، همان شرایط MSK را دارد ولی به جای پالس Rec از پالس گوسی

استفاده می شود که مزیت آن نسبت به MSK کاهش پهنای باند است . از GMSK به عنوان مدولاسیون

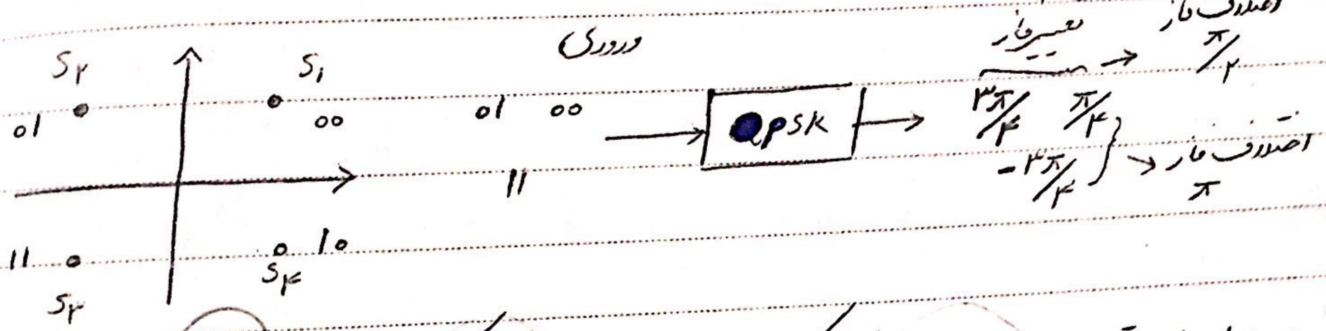
نسل دو موبایل 2G یا GSM استفاده می شود

شیوه پیاده سازی یا ساخت عملی GMSK :



زیرمجموعه psk حافظه دار: OQpsk یا SQpsk

معرفی Qpsk: 4-ary و $M=4$، و ۴ سیگنال و دامنه و فرکانس ثابت و فاز تغییر $\pm\frac{3\pi}{4}$ و $\pm\frac{\pi}{4}$



اگر در دو ارسال متوالی Qpsk تنها یکی از بیت های ورودی تغییر کند فاز خروجی ۹۰° و اگر هر دو بیت تغییر کنند، فاز خروجی به اندازه ۱۸۰° تغییر می کند. هر تغییر و جهش ناگهانی باعث افزایش پهنای باند می شود. هرچه مقدار تغییر بیشتر باشد نیز مقدار پهنای باند افزایش بیشتری دارد و بدترین حالت آن زمانی است که ۱۸۰° ناگهانی اتفاق بیفتد.

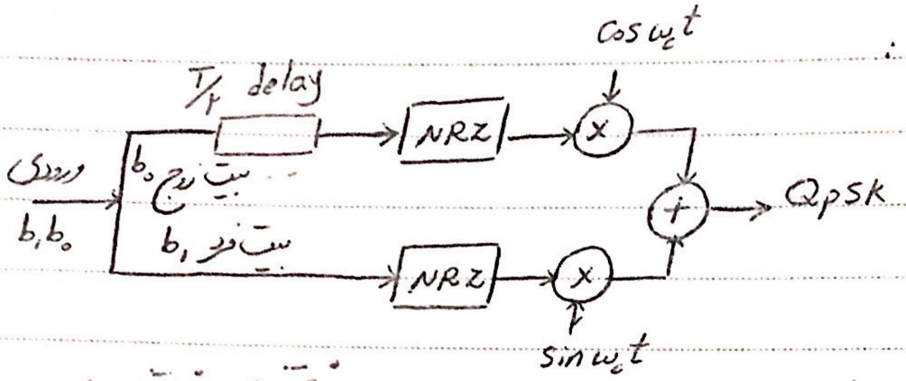
هدف ما: برای کاهش پهنای باند

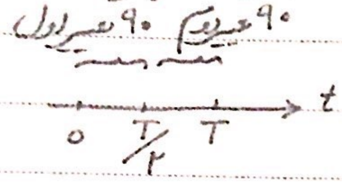
راه کار: این است که جهش یا تغییرات فاز کوچکتر داشته باشیم یعنی ۱۸۰° را کنترل کنیم

پیشنهاد: به جای ۱۸۰° یک ضرب، دوتا ۹۰° دو ضرب انجام شود.

اگرچه در کل ۱۸۰° تغییر داشته ایم ولی ناگهانی نبوده است بلکه تعداد ۹۰° ناگهانی بوده ولی دو بار

راهکار اجرایی OQpsk :





delay : معادل است با شیفت به اندازه $T/2$

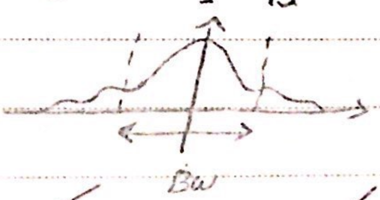
SQpsk : staggered   OQpsk : offset

وجود حافظه به دلیل واحد تاخیر است.   ص ۱۳۱

آنالیز طیفی و پهنای باند مدولاسیون

BW : یک پارامتر هزینه‌ای است و هرچه کمتر باشد بهتر است.

ابتدا آنالیز طیفی یعنی شکل طیف فرکانس سیگنال مدوله شده را بدست می‌آوریم. یعنی شکل سیگنال مدوله شده



در حوزه فرکانس را رسم می‌کنیم. سپس ناحیه موثر شکل طیف را

به عنوان پهنای باند در نظر می‌گیریم. یعنی ناحیه‌ای که بیش از ۹۰٪ کل مساحت را در بر می‌گیرد.

و تا ۱۰٪ قابل صرف نظر کردن است.

نکته : تعریف Bw فقط برای فرکانس های + لحاظ می‌شود.

نکته : هسته شکل طیف حالت تقارن دارد.

نکته: می توان بجای سیگنال اصلی از معادل پایین گذر آن استفاده می شود. لوپاس = پایین گذر سیگنال

نتیجه: چون در تئوری کار با معادل پایین گذر ساده تر است، پس محاسبات بجای باند گذر $S_{vL}(f)$ انجام

نمادگذاری کتاب: $v(t)$ = شکل های مدوله شده، $S(f)$: شکل طیف فرکانس

$S_v(f)$: شکل طیف سیگنال مد، $S_L(f)$: معادل پایین

$S_{vL}(f)$: شکل طیف سیگنال معادل پایین گذر مدوله شده

$S_v(f)$

$S(f)$

$S_L(f)$

پس از انجام محاسبات:

$$\boxed{S_{vL}(f) = \frac{1}{T}\sum_{K=-\infty}^{+\infty} G_K(f)\, e^{-j2\pi K f T}}$$

$$G_K(f) = E\left[S_L(f, \underline{I}_K)\; S_L^*(f, \underline{I}_0)\right]$$

سیگنال های استفاده شده در مدولاسیون ها $\Leftarrow$ $S_L(t, \underline{I}_0)$ تبدیل فوریه ، $S_L(t, \underline{I}_K)$ تبدیل فوریه

نکته: روابط فوق کلی بوده و شامل مدولاسیون های حافظه دار و بدون حافظه می شود.

الف) حافظه دار باشد چون به گذشته وابسته است باید کل ورودی های حال و قبل را به صورت برداری $\underline{I}_K$ بنویسیم

که کل I های ورودی از $-\infty$ تا K است.

ب) بدون حافظه بودن یعنی فقط به حال وابسته است و بجای بردار $\underline{I}_K$ مقدار I_K اسکالری هستیم

یعنی مقدار ورودی در لحظه K.

$\underline{I}_K$: کل ورودی ها از $-\infty$ تا K این ارسال ها از $-\infty$ تا حال.

I_0 : کل ورودی ها از $-\infty$ تا ارسال صفرم بعد از $-\infty$ تا بعدی

مثال : بررسی یک مدولاسیون ساده . بدون حافظه $\left\{ \begin{array}{l} I_k \to I_k \\ I_0 \to I_0 \end{array} \right.$ از مدولاسیون های خطی مثل PAM استفاده می کنیم

ابتدا باید سیگنال های مدولاسیون تحت بررسی را مشخص می کنیم

$s_L(t, I_k) = ?$

↓ از خطی ها

شبیه PAM با پالس $g(t)$. $s_L(t, I_k) = I_k\, g(t)$

در حالت خاص اگر $k=0 \rightarrow I_0 = I_k$

$s_L(t, I_0) = I_0\, g(t)$

سپس تبدیل فوریه $s_L(t, I_k)$, $s_L(t, I_0)$

$$F\left[s_L(t, I_k)\right] = F\left[I_k\, g(t)\right] = I_k\, F\left[g(t)\right] = I_k\, G(f)$$

$$F\left[s_L(t, I_0)\right] = F\left[I_0\, g(t)\right] = I_0\, G(f)$$

$G(f)$ تبدیل فوریه $g(t)$ مدولاسیون می باشد مثلا $g(t) = \text{rect}(t/T) \xrightarrow{F} G(f) = T\,\text{sinc}(Tf)$

سپس محاسبه $G_k(f)$:

$$G_k(f) = E\left[I_k\, G(f) \cdot I_0^*\, G^*(f)\right] = E\Big[\underset{\text{تصادفی}}{I_k}\, \underset{\text{تصادفی}}{I_0^*}\, \underbrace{|G(f)|^2}_{\text{معلوم و غیرتصادفی}}\Big]$$

$$= |G(f)|^2\, E\left[I_k I_0^*\right]$$

اگر رشته دنباله های تصادفی معادل را تشبیه به یک فرآیند تصادفی کنیم آنگاه I_0 و I_k با دو متغیر از آن فرآیند می شوند

فرآیند ورودی

× × × × × × × → □

↓ I_0 ↓ I_k

طبق تعریف اتوکورلیشن در فرآیندها : $E\left[I_k I_0^*\right]$ ← اتوکورلیشن فرآیند که ما داریم محاسبه برابر است

$R_I(k-0) = R_I(k)$

R_I ← اتوکورلیشن فرآیند ورودی

ادامه چگالی طیفی در $S_{vL}(f)$

$$S_{vL}(f) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |G(f)|^2 R_I(k)\, e^{-j2\pi k f T}$$

$$= \frac{|G(f)|^2}{T}\underbrace{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} R_I(k)\, e^{-j2\pi k f T}}$$

همان تعریف تبدیل فوریه بسته برای $R_I(k)$

$$S_{vL}(f) = \frac{|G(f)|^2}{T} F\left[R_I(k)\right]$$

تبدیل فوریه اتوکورلیشن

معمولاً برای پالس مستطیلی شکل sinc^2 داریم

معادل PSD یا طیف فرآیند ورودی های I ← $S_I(f)$

$$* \quad S_{vL}(f) = \frac{1}{T}|G(f)|^2 S_I(f)$$

یادآوری از فرایند

ورودی → $H(f)$ → خروجی

سیستم

$x(t)$ $\qquad$ $y(t)$

$$** \quad Y(f) = X(f)\cdot|H(f)|^2$$

مقایسه * و ** مدولاتور هم مانند یک سیستم است

اطلاعات → MOD → سیگنال

طیف فرکانسی $S_I(f)$ $\qquad$ طیف فرکانسی $S_{vL}(f)$

یعنی:

$$S_{vL}(f) = S_I(f)\,\left|\text{پاسخ فرکانسی مدولاتور}\right|^2$$

↓

$$\frac{1}{\sqrt{T}}|G(f)|$$

نتیجه: مدولاتور خطی مشابه سیستمی است با پاسخ فرکانسی $\frac{1}{\sqrt{T}}|G(f)|$

نکته: در حالت خاص اگر ورودی های مدولاتور یعنی I ها یک فرایند سفید باشند آنگاه

$R_I(k) = \delta(k)$; $S_I(f) = 1 \Longrightarrow S_{VL}(f) = \frac{1}{T}|G(f)|^2$

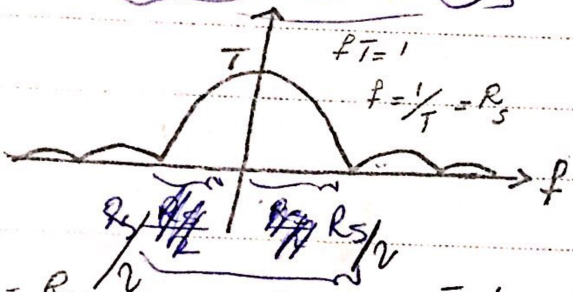
$S_I(f) = 1$

قرارداد: طبق پیش فرض ورودی اطلاعات I را سفید در نظر می گیریم

$|G(f)|^2 = T^2 \mathrm{sinc}^2(Tf)$

نکته: با پالس مستطیلی = پیش فرض

ورودی سفید → $S_{VL}(f) = T\,\mathrm{sinc}^2(fT)$



در مضارب صحیح R_s، صفرهای طیفی داریم

$Bw = R_s$

mod خطی بدون حافظه

$Bw \approx R_s$

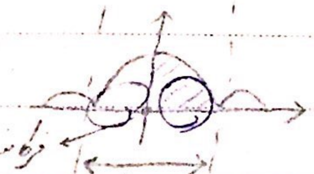
افزایش سرعت سبب افزایش پهنای باند می شود

ناحیه مؤثر طیفی برای sinc^2 همان main lobe است.

- تعمیم نتیجه مثال قبل به حالت کلی تر:

به طور کلی با پیش فرض های قبلی در پالس مستطیلی و ورودی سفید، پس از مدولاسیون یک شکل sinc^2 روی فرکانس کاریر استفاده شده ایجاد می شود و عرض ناحیه مؤثر آن $2R_s$ است.

مثال: PAM ← بدون کاریر ← $f_{\text{کاریر}} = 0$ ←

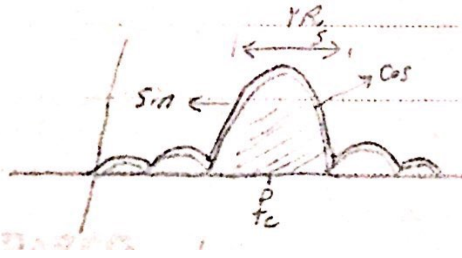


$Bw = R_s$

مثال: QPSK ← دو ورودی ← دو کاریر

sin ← فرکانس f_c

cos ←

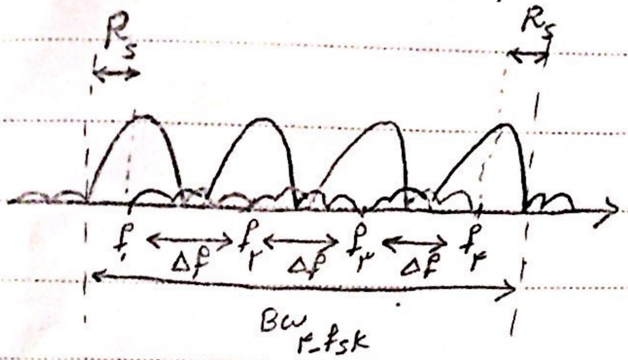


$Bw = 2R_s$ $\quad R_s = \frac{R_b}{\log_2 M}$

$Bw = 2R_s$ ... BPSK ... مثال

مثال: 4-FSK با ۴ فرکانس متفاوت تولید می‌شود

$\overset{00}{f_1}, \overset{01}{f_2}, \overset{10}{f_3}, \overset{11}{f_4}$



$BW = R_s + \Delta f + \Delta f + \Delta f + R_s = 2R_s + 3\Delta f$

Δf: فاصله بین فرکانس های انتخاب شده FSK

تعمیم کلی: در حالت کلی M-FSK

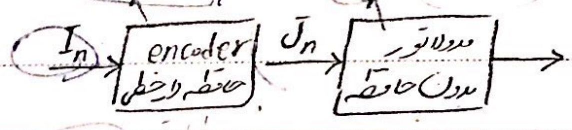
$BW_{MFSK} = 2R_s + (M-1)\Delta f$

یادآوری: شرط تعامد برای فرکانس

$\Delta f = \frac{R_s}{2}$ $\quad BW_{MFSK\ orthogonal} = 2R_s + (M-1)\frac{R_s}{2}$

افزودن مفهوم حافظه به مدولاسیون: برای مدولاسیون های حافظه‌دار بدون کار می‌توانستیم یک encoder حافظه‌دار و بعد مدولاتور بدون حافظه استفاده کنیم

$H_{enc} = ?$ $\quad H_{MOD} = \frac{1}{\sqrt{T}}|G(f)|$



encoder حافظه‌دار معمولاً خطی است.

$J_n = \sum_{k=0}^{L} \alpha_k I_{n-k}$

L: عمق حافظه

می‌توان شکل فوق را با دید سیستمی تحلیل نمود.

$x(t) \to \boxed{H_1(f)} \to \boxed{H_2(f)} \to y(t)$

$X(f) \qquad Y(f)$

ترکیب سری

$\to \boxed{H(f)} \to \quad H(f) = H_1(f) \cdot H_2(f)$

$y(f) = x(f)\,|H(f)|^2$

$= x(f)\,|H_1(f)| \cdot |H_2(f)|$

محاسبه $H_{enc}(f)$ که تبدیل فوریه پاسخ ضربه است و پاسخ ضربه سیستم خطی همان ضرایب α_k ها است

پس تبدیل فوریه گسسته α_k ها تبدیل $H_{enc}(f)$ را می‌دهد.

$$H_{enc}(f) = \sum \alpha_k e^{-j2\pi k f T}$$

پس

$$S_{vL}(f) = \left| \sum \alpha_k e^{-j2\pi k f T} \right|^2 \left| \frac{1}{\sqrt{T}} G(f) \right|^2 S_I(f)$$

حافظه‌دار بدون کد

$S_I(f)$ طبق قرارداد برای ورودی سفید برابر یک است. مثال ۳.۴.۱

مانند پایه

$$I_n \rightarrow \boxed{\text{encoder}} \rightarrow J_n \qquad J_n = I_n + \alpha I_{n-1}$$

مثال ۳.۴.۱ عمق حافظه $L=1$

پس α ها در واقع ضرایب ورودی های فعلی (I_n) و گذشته $I_{n-1}, I_{n-2}, \dots$

برای I_n $\rightarrow 1 \xrightarrow{k=0} e^0 = 1$

برای I_{n-1} $\rightarrow \alpha \xrightarrow{k=1} e^{-j2\pi f T}$ } مجموعه اینها تبدیل فوریه است

$H_{enc}(f) = |1+\alpha e^{-j2\pi f T}|^2$ کافیست $|\ |^2$ →

$$= |1+\alpha e^{-j2\pi f T}|^2 = |(1+\alpha\cos(2\pi f T)) - j\alpha\sin(2\pi f T)|^2 = (1+\alpha\cos(2\pi f T))^2 +$$

$$(\alpha\sin(2\pi f T))^2 = 1+\alpha^2 + 2\alpha\cos(2\pi f T)$$

$$|\sum \alpha_k e^{-j2\pi f t}|^2 \quad \cdot \quad |G(f)|^2$$

$$S_{vL}(f) = \underbrace{(1+\alpha^2+2\alpha\cos(2\pi f T))}(T\,\text{sinc}^2(Tf))$$

بعضی مدولاسیون های حافظه دار مانند: CPM , CPFSK , MSK , GMSK , OQPSK

در حالت کلی تحلیل طیفی پیچیده ای دارند.

جواب های آخر: CPM فرمول ۳.۴.۶۰ ص ۱۴۲ — CPFSK فرمول ۳.۴.۶۱ ، ۳.۴.۶۲ ص ۱۴۲

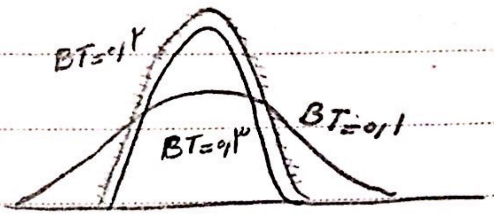
برای طیف ها fig → ۳.۴.۱ ، ۳.۴.۲

MSK ۳-۴-۶۳ فرمول ‏ ‏ OQPSK ۳-۴-۶۴ فرمول

ص ۱۴۴ ‏ ‏ ص ۱۴۵

GMSK fig ۳-۳-۴

ص ۱۱۹



B : پهنای باند

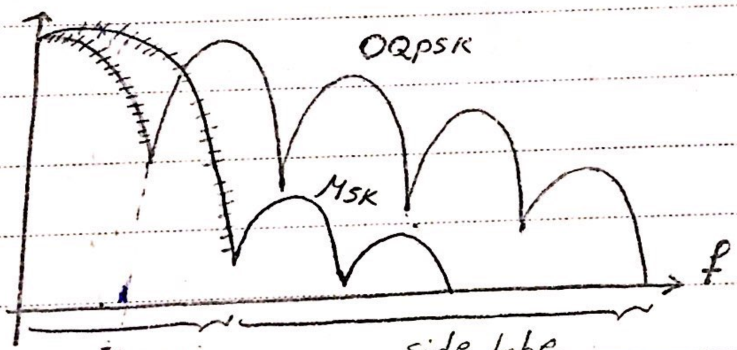
T : عرض پالس زمانی

همیشه بین عرض زمان و فرکانس رابطه عکس وجود دارد.

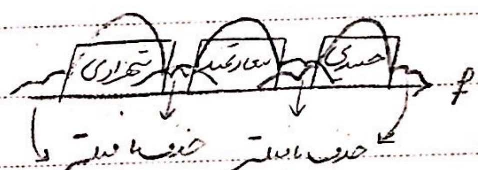
$\rightarrow BT = 0{,}2 \quad B = \frac{0{,}2}{T} = 0{,}2R_s$

مقایسه شکل بین MSK از خانواده فرکانس و OQPSK از خانواده فاز ‏ Fig ۳-۳-۴ ص ۱۴۶

هر دو با کارایی و با حافظه هستند ← ترسیم شکل فرمول های ۳-۴-۶۳ و ۳-۴-۶۴



$BW_{OQPSK} < BW_{MSK}$ ⇓ OQPSK بهتر است



متاسفانه در عمل فیلتر ایده آل نداریم و نتیجتاً دائم بین مجبور به گارد گیری بین کانال های همسایه هستیم که گاردها باعث اتلاف طیف می شوند

راه کار برای کاهش اتلاف طیف:

مدولاسیون هایی که با سرعت بیشتری سایدلوب های آنها کاهش یابد بهترند. بین MSK بهتر از OQPSK است.

فصل ۴)

گیرنده بهینه برای کانال های AWGN

نکته اول: طراحی گیرنده در درجه اول وابسته به نوع کانال می باشد. کانال های مختلف گیرنده های متفاوتی دارند

در مخابرات انواع زیادی گیرنده داریم. مثل گیرنده RAKE برای کانال های fading

کانال AWGN ساده ترین و پرکاربردترین نوع کانال و نویز سفید گوسی جمع شونده دارند

مدل کانال AWGN

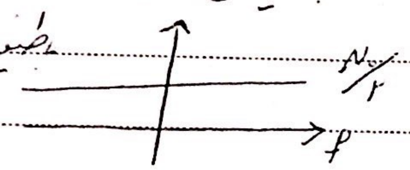
$$s(t) \rightarrow \oplus \rightarrow r(t) \qquad n(t) \uparrow$$

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

گوسی $\downarrow$ $N(0,\sigma^2)$

میانگین نویز AWGN همواره صفر است یعنی بدون مولفه DC ولی با واریانس دلخواه است که σ^2 نشان

طیف فرکانسی تخت



نویز را نشان می دهد. توان نویز = طیف توان چگالی $\rightarrow$ $\sigma^2 = N_0/2$

$$t_x \longrightarrow \text{chan} \longrightarrow r_x$$

$$n(t) \uparrow$$

هدف: در طراحی R_x هدف شیوه تشخیص سیگنال یا سمبل ارسالی فرستنده با مشاهده $r(t)$ است. گزینه تصمیم گیری

عبارتند از M مورد برای یک مدولاسیون $s_1(t), \ldots, s_M(t)$

مدل گیرنده مشابه یک سیستم تست زنی است به صورت سوال تست مشاهده می شود بعد پردازش یا فکر روی آن

انجام می شود و به مدت T_s ثانیه فرصت فکر و پردازش داده و در آخر یکی از M گزینه را انتخاب می کند و بعد تست بعدی

گیرنده شامل دو بخش کلی است: ۱) پردازش processor ، r(t) ، demodulator

۲) تصمیم گیری از بین M گزینه detector

عاشق توام ، برو که بی تو هرگز ندم
بی تو بود به غیر غم نخریم
بی تو ... تمام عشق و یادم
آخرین از تو گذشتم
می بینم ...

جواب آخر پردازش های دمدولاتور

$r(t) \rightarrow$ [DEMOD] $\xrightarrow{\underline{r}}$ [Detector] $\rightarrow$ سمبل

شکل موج دریافتی از کانال $s_m(t)+n(t)$

چند عدد $\underline{r}$

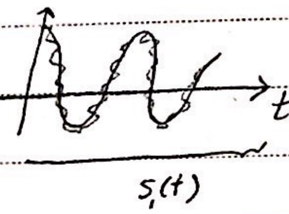
مثال: در مدولاسیون BPSK با کانال AWGN

$M=2 \qquad s_1(t)=A\cos w_c t$

$\qquad\qquad s_2(t)=-A\cos w_c t$

0	$s_1(t)$
1	$s_2(t)$

$010 \rightarrow$ [MOD] — $s_1(t)\ \ s_2(t)\ \ s_1(t)$



$\rightarrow$ [DeMOD] $\rightarrow \underline{r}=\begin{bmatrix}97\\-93\end{bmatrix}$ [Detector] $\rightarrow 0$

نکته: سیگنال های مدولاسیون ها به ۳ شیوه قابل ارائه بودند. ریاضی $s_m(t)$ ، برداری $\underline{s}_m$ و نقطه ای s_m

مرسوم تر

در دمد برداری:

$\underline{r}=\underline{s}+\underline{n}$

نکته: برای هر یک از بلوک های دمدولاتور و آشکارساز روش های مختلفی داریم ولی دو روش رایج ترند

پیاده سازی سخت تر — معادل و هم ارزند* — پیاده سازی ساده تر

DEmod: روش فیلتر منطبق «MF» ، روش همبستگی «COR» یک جواب یکسان دارند

تفاوت در نوع ساخت و پیاده سازی

Detector: map روش حداکثر احتمال پسین ، «ML» روش حداکثر درست نمایی

اجرای سخت تر — روش بهتر — روش ضعیف تر — اجرای ساده تر

کاربرد در مباحث تئوری — کاربرد در عمل

MF در تمامی خطاهای همزمانی مقاوم‌تر بوده اما COR حساسیت بیشتری نسبت به همزمانی دارد.

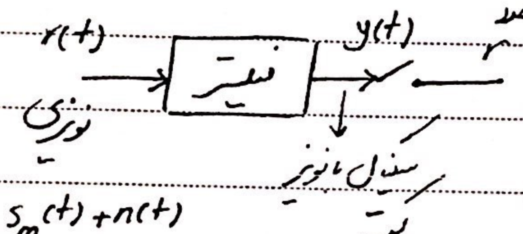
در عمل از ML و COR که ساده‌تر بوده بیشتر استفاده می‌شوند.

نکته: معیار ارزیابی عملکرد گیرنده‌ها، احتمال خطای آنها است و احتمال خطای کمتر یعنی کارایی بیشتر گیرنده.

الف) دمودولاتورها

الف-۱) روش فیلتر منطبق MF، قابل تعبیر به فیلتر حذف نویز

سپس $r(t)$ را از یک فیلتر عبور داده می‌شود:



نمونه‌بردار در مضارب صحیح T_s، نمونه‌برداری انجام می‌دهد تا حاصل دمودولاتور یک عدد باشد.

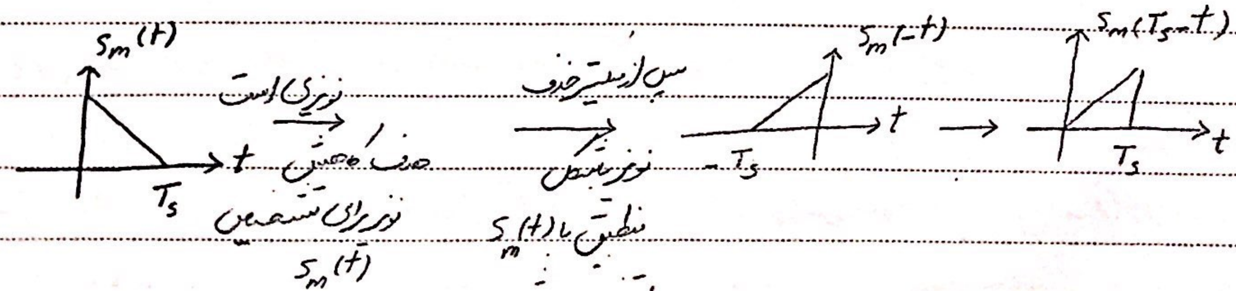
فیلتر با شکلی منطبق با سیگنال اصلی و به صحیح طراحی می‌شود. با فرض اینکه سیگنال اصلی $s_m(t)$ باشد آنگاه

شیوهٔ انطباق فیلتر با آن به صورت: $h(t) = s_m(T_s - t)$

$h(t)$: پاسخ ضربه فیلتر منطبق

از نظر شکلی کافی است ابتدا $s_m(t)$ را نسبت به محور عمودی قرینه و سپس آن را به اندازه T_s به جلو شیفت دهیم.

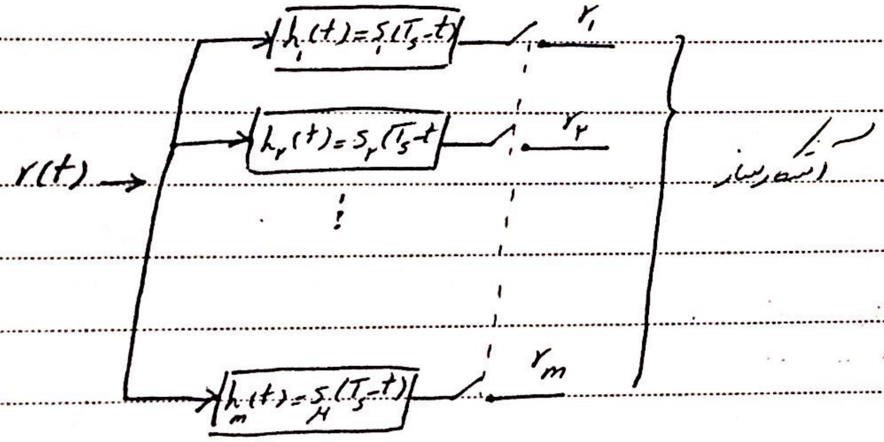
مثال:



مثال: $s_m(t)=A\cos(\omega_c t) \longrightarrow h(t)=s_m(T_s-t)=A\cos(\omega_c(T_s-t))$

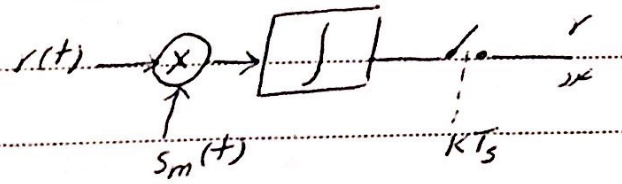
با تبدیل فوریه پاسخ ضربه فیلتر به پاسخ فرکانسی آن می رسیم: $H(f)=F\{h(t)\}$

اگر این موارد را به M سیگنال تعمیم دهیم برای این کار به M فیلتر منطبق نیاز داریم



مشکل MF ساخت عملی آن است زیرا برای هر شکل پاسخ ضربه دلخواهی $h(t)$ مدار عملی قابل ساخت نداریم. راه حل: مدارها یا دمدولاتورهای همبستگی یا correlator

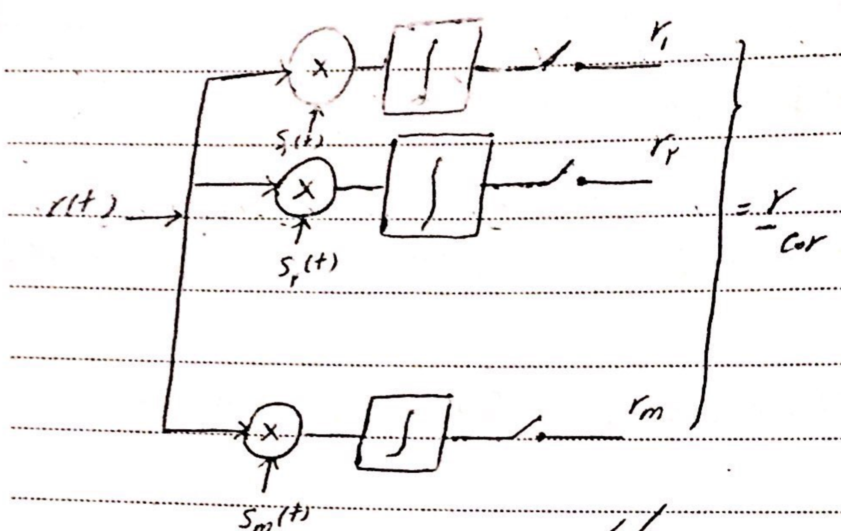
ساختار دمدولاتور cor:



$$\Rightarrow r=\int_0^{T_s} r(t)\cdot s_m(t)\,dt$$

این رابطه معادل مفهوم correlation در سیگنال هاست که میزان شباهت سیگنال دریافتی $r(t)$ با $s_m(t)$ ها را نشان می دهد. هرچه شباهت بیشتر باشد شانس انتخاب آن سیگنال بیشتر است.

تعمیم به M سیگنال (دیمدولاسیون M-ary): با M کرولیتور که هر یک یکی از $s_m(t)$ ها شباهت سنجی را انجام می دهد.



نکته: دو روش cor و MF کاملا معادل و هم ارز یکدیگرند. $r_{mF} = r_{cor}$

این اتفاق زمانی می افتد که شرط همزمانی صورت گرفته باشد یعنی کلیدها دقیقا در KT_s نمونه برداری کنند.

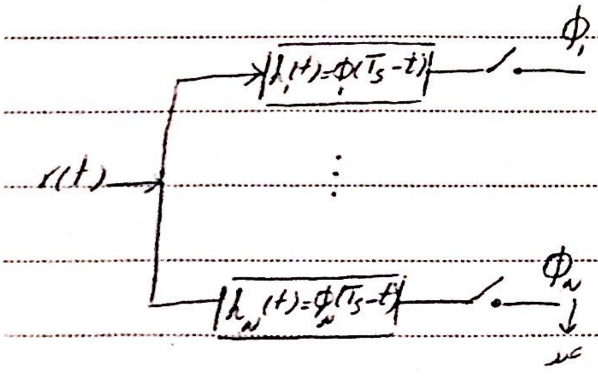
نکته: مدار cor فقط ضرب کننده و انتگرال گیر دارد که هر دو قابل ساختند.

نکته: می توان سیگنال های مدولاسیون را با ترکیب خطی پایه های فضای اورتونرمال مدولاسیون بازنویسی نمود.

$$s_m(t) = \sum_{i=1}^{N} w_{im}\, \phi_i(t)$$

از این نکته می توان برای طراحی دمدولاتورها استفاده نمود یعنی می توان به جای $s_m(t)$ ها از پایه های مولد آنها استفاده کرد.

مثلا در MF به جای $s_m(t)$ از $\phi_i(t)$ استفاده می کنیم.



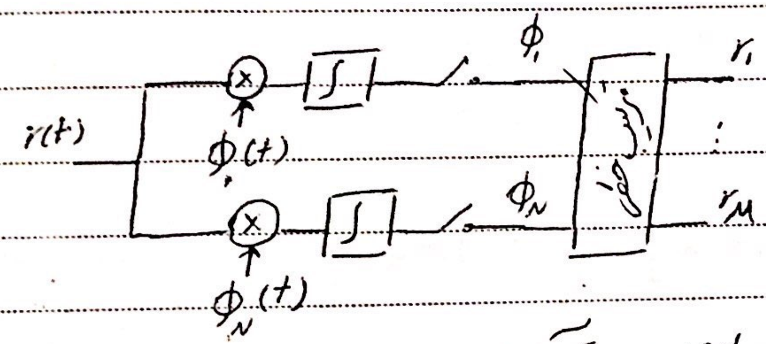
$N < M$

پس برای هم اندازه شدن دو شکل فوق باید تعداد خروجی را زیاد کنیم

راه حل این موضوع آن است که همان طوری که سیگنال های $s_m(t)$ از ترکیب خطی پایه های $\phi(t)$ ها بدست

می آیند به طور مشابه خروجی های r_m را نیز با ترکیب خطی ϕ_i ها ایجاد می کنیم $r_m = \sum_{i=1}^{N} s_{mi} \phi_i$

و به طور مشابه برای cor ها نیز می توان دمدولاتورها را بر اساس پایه های اورتونرمال فضا طراحی نمود



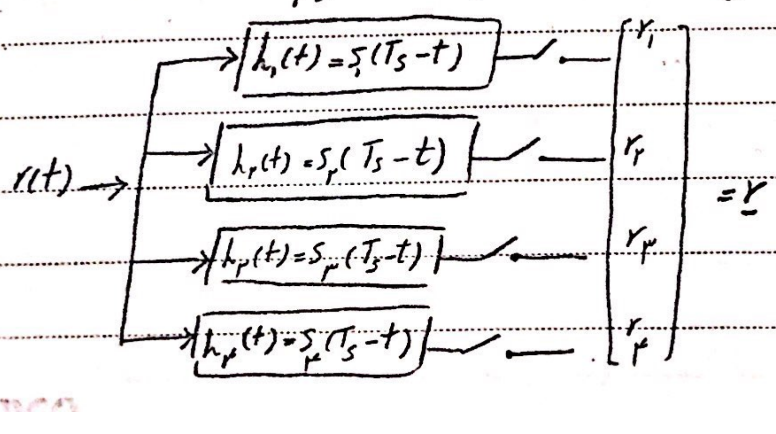
مثال: در مدولاسیون qpsk مطلوب است طراحی دمدولاتور آن

4-ary و $M=4$

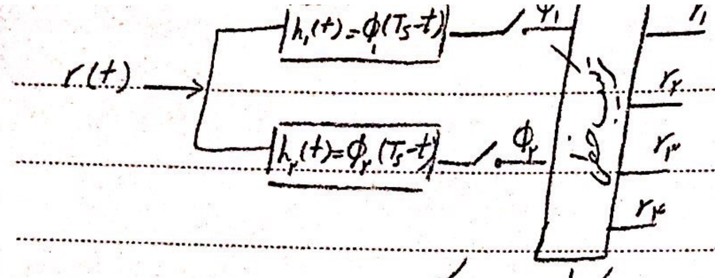
$$\begin{cases} s_1(t) = A\cos + A\sin \\ s_2(t) = -A\cos + A\sin \\ s_3(t) = A\cos - A\sin \\ s_4(t) = -A\cos - A\sin \end{cases} \xrightarrow{\text{دو بعدی}} N=2 \qquad \begin{cases} \phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos \\ \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{بازنویسی}} \begin{cases} s_1(t) = A\sqrt{\frac{T_s}{2}}\, \phi_1(t) + A\sqrt{\frac{T_s}{2}}\, \phi_2(t) \\ \vdots \end{cases}$$

دمدولاتور با MF و با سیگنال که ۴ سیگنال داریم که باید ۴ فیلتر منطبق داشته باشیم



۲) دمدولاتور MF و با پایه‌ها



شماره ترکیب خطی سیگنال ها

$r_1 = s_1$ شماره $= A\sqrt{T_s/2}\,\phi_1 + A\sqrt{T_s/2}\,\phi_2$

:

ب ـ آشکارساز : ML ، map تصمیم‌گیری

ورودی آشکارساز : بردار r دریافتی به خروجی دمدولاتور ، که این بردار یک بردار تصادفی است.

رندوم ← $r = s_m + n$ ⟶ رندوم

بین مباحث آمار و احتمال مطرح می‌شود که باید عدم قطعیت و ابهام داریم که شیوهٔ تصمیم‌گیری درست ، انتخاب

موردی با احتمال بیشتر است

حال که در مدولاسیون ها M گزینه برای انتخاب داریم پس باید احتمال وقوع هر کدام را داشته باشیم

s_1 ... s_m

نام‌گذاری ← احتمال پیشین

قبل از دیدن

احتمال احتمال

گزینه‌ای انتخاب می‌شود که P آن بزرگتر باشد.

$p(s_1)$ $p(s_m)$ ⟶ جواب من ، $\max(P(s_i))$ ها

نکته : در احتمال می‌توان برای اینکه مقدار احتمال ها دقیق‌تر شوند از اطلاعات جانبی استفاده می‌کنیم یعنی از احتمال شرطی بهره می‌بریم

$p(A)$ ⟶ احتمال مطلق A $p(A|B)$ ⟶ همان $p(A)$ است اما دقیق‌تر

در گزینه علاوه بر نوع مدولاسیون و گزینه های s_1 ... s_m ، اطلاعات سیگنال دریافتی $r(t)$ یا همان بردار r نیز قابل استفاده است.

$$\underbrace{p(s_1|r) \quad p(s_2|r) \quad p(s_m|r)}_{\max(p(s_m|r))}$$

نام‌گذاری احتمال

⟹ MAP حداکثر احتمالات پسین

پسین ⟶ بعد از دیدن r

نکته: می توان جای شرط را در احتمال عوض کرد. ... تفسیر بیز

$$p(A|B) = p(B|A) \frac{p(A)}{p(B)}$$

در احتمالات بیزین

$$p(s_i|r) = p(r|s_i) \frac{p(s_i)}{p(r)}$$

در MAP:

$$\max(p(s_m|r)) = \max\left(p(r|s_m) \frac{p(s_m)}{p(r)}\right)$$

نکته: چون جست و جو برای انتخاب و تصمیم گیری روی اندیس M انجام می شود، مقداری که به وابسته M نباشند، در نتیجه می توان نادیده گرفت. $p(r)$

likelihood احتمال درست نمایی — احتمال پیشین

در MAP:

$$\max(p(r|s_m)\ p(s_m))$$

نکته: اگر به هر دلیلی نتوان به علم وجود $p(s_m)$ و یا یکنواخت بودن آن ها ... $p(s_m)$ صرف نظر می کنیم داریم:

$$\max(p(r|s_m)) \xrightarrow{\text{حداکثر درست نمایی}} ML$$

جمع بندی: ۳ نوع احتمال داریم: ۱) درست نمایی ← $p(r|s_m)$ ← انتخاب max ← ML

↓ ساده تر و رایج تر ← به دلیل حذف $p(s_m)$ ضعیف تر ← زیر بهینه

۲) پسین ← $p(s_m|r)$ ← انتخاب max ← MAP ← کامل تر و بهینه تر ← سخت تر

۳) پیشین ← $p(s_m)$

در ML تمام گزینه ها مشخص می کنیم، احتمال r با شرط هر گزینه را یافته و بزرگترین احتمال جواب ما است

Detector این است که با داشتن بردار r در خروجی آن اندیس سیگنال را خواهیم داشت. M و ... را

بهینه
الگوریتم آشکارسازی

۱) تعیین بردار r دریافتی در خروجی demoD.

۲) تعیین شدت نویز σ^2 یا $\frac{N_0}{2}$ در نویز با توزیع گوسی با میانگین صفر و سفید

۳) تعیین تمام M گزینه موجود برای انتخاب در مدل سیگنال های مدولاسیون M-ary در $\left\{\begin{matrix} S_1 \\ \vdots \\ S_m \end{matrix}\right\}$

۴) محاسبه مقدار احتمال ها که یا از نوع MAP یا ML هستند که بستگی به نوع آشکارسازی دارد. و باید

کل M احتمال را محاسبه کنیم

۵) یافتن بزرگترین احتمال از بین M احتمال فوق به عنوان جواب. جواب ما اندیس S_m در بزرگترین احتمال است

تذکر: الگوریتم فوق یک روش عمومی و کلی می باشد که می توان برای هر مورد خاص یا مدولاسیون خاص آن را

ساده سازی نمود و جواب آخر آن را به عنوان یک قاعده استفاده نمود

ص ۱۷۰ ۴.۲.۱

در این قسمت محاسبات را برای MAP انجام داده است. $\hat{M} = \arg\max_{m} p(S_m|r)$ جواب است

$\arg_m$: آن m ای که باعث حداکثر شدن $p(S_m|r)$ می گردد

فرمول فوق تعریف کلی MAP است و شروع به ساده سازی آن می نماییم.

- ابتدا تعویض جای شرط:

$$\hat{m} = \arg\max_m \; p(r/s_m) \frac{p(s_m)}{p(r)}$$

$p(r)$: چون فاقد m است پس قابل حذف شدن است.

$$\hat{m} = \arg\max_m \; p(r/s_m) \; p(s_m)$$

$\hookrightarrow P_m \rightarrow$ احتمال پیشین

می‌دانیم که $\underline{r} = \underline{s}_m + \underline{n}$

شرط‌گذاری در احتمال باعث خروج از حالت رندوم شرط می‌شود یعنی

$p(r/s_m) \rightarrow$ یقینی

پس فقط $\underline{n}$ رندوم باقی می‌ماند.

$$\underline{n} = \underline{r} - \underline{s}_m \Rightarrow p(r/s_m) = p(\underbrace{\underline{n} = \underline{r} - \underline{s}_m}_{\text{معلوم شد}})$$

$$\hat{m} = \arg\max_m \left(p_m \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^N \exp\left(-\frac{\|\underline{r} - \underline{s}_m\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)$$

N: تعداد اعداد خروجی دمدولاتور یا بعد بردار $\underline{r}$ یعنی N تا عدد نویزی داریم که احتمال توأم با حاصل ضرب احتمال تک تک آنها برابر است پس توان N ایجاد شده.

$\|\underline{r} - \underline{s}_m\|^2 =$ مجموع مربعات مؤلفه‌های نویز

$\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^N$ قابل حذف است زیرا فاقد m است.

$$\hat{m} = \arg\max_m \left(p_m \cdot e^{-\frac{\|\underline{r}_m - \underline{s}_m\|^2}{N_0}}\right) \leftarrow 2\sigma^2 = N_0$$

نکته طلایی: در حین جستجو برای max یک عبارت اعمال توابع صعودی به آن مجاز است زیرا اگر تابع مورد استفاده صعودی باشد جایگاه max را تغییر نمی‌دهد:

$\max x = \max e^x = \max \ln(x) \ldots$

برای توابع نزولی داریم: $f(.)$ یک تابع نزولی: $\max(x) = \min f(x)$

پس داریم: $\hat{m} = \arg\max_m \left(Ln(p_m) - \frac{\|\underline{r} - s_m\|^2}{N_0} \right)$

می توان عبارت را در یک عدد ثابت ضرب کرد زیرا در arg تاثیر نداشته است.

$\xrightarrow{\times N_0/2}$ $\hat{m} = \arg\max_m \left(\frac{N_0}{2} Ln(p_m) - \frac{\|\underline{r} - s_m\|^2}{2} \right)$ (*) ①

عبارت ساده شده MAP برای AWGN برحسب نماد فاصله

فاصله ≡ اختلاف ≡ تفاضل   فاصله بین نقطه $\underline{s}_m$ تا $\underline{r}$ دریافتی: $\|\underline{r} - \underline{s}_m\|$

توجه: عبارت ساده شده بجای ظاهر شدن مقایسه احتمال است و دلیل آن این است که احتمال ها را ساده کرده ایم ولی در ذات خود احتمال هستند

تعریف: یک metric تعریف می کنیم که معیار یا مقدار تصمیم گیری است.

تعریف متریک فاصله «distance metric» که معیار کار اشتباه بسیار است.

$D(\underline{r}, \underline{s}_m) \triangleq \|\underline{r} - \underline{s}_m\|^2$

رابطه MAP برحسب متریک فاصله: $\Rightarrow \hat{m} = \arg\max_m \left(N_0 Ln p_m - D(\underline{r}, \underline{s}_m) \right)$ ②

حالت خاص: اگر احتمالات پیشین یکنواخت باشند «و یا همان حالت ML».

$p_1 = p_2 = \dots = \frac{1}{M}$

پس $N_0 Ln p_m$ مستقل از m و قابل حذف است.

$\hat{m} = \arg\max \left(-D(\underline{r}, \underline{s}_m) \right) = \arg\min \left(D(\underline{r}, \underline{s}_m) \right)$ ③

یعنی جواب متناظر کمترین فاصله و یا نزدیک ترین نقطه $\underline{s}_m$ تا $\underline{r}$ دریافتی است

Scanned with CamScanner

$$(*) \rightarrow \hat{m} = \arg\max\left(\frac{N_0}{2} \ln p_m - \frac{1}{2}\left(\|\underline{r}\|^2 + \underbrace{\|\underline{s}_m\|^2}_{\mathcal{E}_m} - 2\langle \underline{r} \cdot \underline{s}_m \rangle\right)\right)$$

$$\Rightarrow \hat{m} = \arg\max\left(\underbrace{\frac{N_0}{2} \ln p_m - \frac{1}{2}\mathcal{E}_m}_{\eta_m} + \langle \underline{r} \cdot \underline{s}_m \rangle\right)$$

η_m نام بایاس

نام بایاس تریک کرولیشن $C(\underline{r}, \underline{s}_m)$

(۴)

$$\Rightarrow \hat{m} = \arg\max_m \left(\eta_m + C(\underline{r}, \underline{s}_m)\right)$$: رابطه ساده شده map برحسب تریک کرولیشن

حالت خاص : اگر احتمالات پیشین توزیع یکنواخت داشته باشند $p_1 = \dots = p_M = \frac{1}{M}$

پس η_m مستقل از m و قابل حذف است

(۵)

$$\hat{m} = \arg\max\left(C(\underline{r}, \underline{s}_m)\right)$$

map ساده شده توزیع یکنواخت یا $\boxed{ML}$ برحسب تریک کرولیشن

بعنوان گزینه انتخابی، گزینه با بیشترین شباهت می باشد.

جمع بندی : (۱) رابطه های ساده شده map

(۲) برحسب تریک فاصله

(۳) حالت خاص ML با تریک فاصله

(۴) برحسب تریک کرولیشن

(۵) حالت خاص ML با تریک کرولیشن

مثال ص ۱۷۳ : بررسی یک سیگنال باینری آنتی پودال

$M = 2$, $s_1(t)$ و $s_2(t)$

$s_1(t) = -s_2(t)$

$-\sqrt{\mathcal{E}_b}$, $\sqrt{\mathcal{E}_b}$; s_2 , 0 , s_1

$\mathcal{E}_b = \mathcal{E}_s$

$$r_{th} = \frac{N_0}{4\sqrt{\mathcal{E}_b}} \ln\frac{1-P}{P}$$

احتمال ارسال s_2 — احتمال ارسال s_1

P_2 = احتمال پیشین s_2 = $1-P$

احتمال پیشین s_1 = $P_1 = P$

PAPCO

وقتی هم احتمال $r_{th} = 0$

... نقطه ۲ در بیس روی محور داریم و می‌خواهیم آن را آشکارسازی کنیم. راه حل استفاده از دو فرمول قبلی است.

استفاده از فرمول ① : مقایسه ۲ احتمال و انتخاب بزرگتر

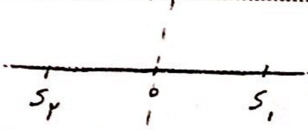
$$m=1 \longrightarrow \frac{N_0}{2}\ln \overset{p}{P_1} - \frac{\|\underline{r}-\underline{s}_1\|^2}{2}$$

$$m=2 \longrightarrow \frac{N_0}{2}\ln \underset{1-p}{P_2} - \frac{\|\underline{r}-\underline{s}_2\|^2}{2}$$

$$\|\underline{r}-\underline{s}_1\|^2 - \|\underline{r}-\underline{s}_2\|^2 \underset{s_1}{\overset{?\, s_2}{\gtrless}} N_0\left(\ln\frac{p}{1-p}\right)$$

$$\|\underline{r}-\underline{s}_1\|^2 \underset{s_1}{\overset{?\, s_2}{\gtrless}} \|\underline{r}-\underline{s}_2\|^2 \longleftarrow ML \quad \text{"} \quad p=1-p$$ در حالت خاص اگر

می‌توان یک مرز تعیین کرد که در این حالت مرز مختصات است: مرز همان عمود منصف بین s_1 و s_2 است.



در شرایطی که توزیع یکنواخت نباشد مرز از وسط به میزان $\frac{N_0}{2}\ln\frac{p}{1-p}$

جابجا می‌شود: مرز به سمت احتمال کوچکتر حرکت می‌کند زیرا مکانی که احتمال آن بیشتر است فضای بزرگتری هم را

۹۸٫۳٫۱۲

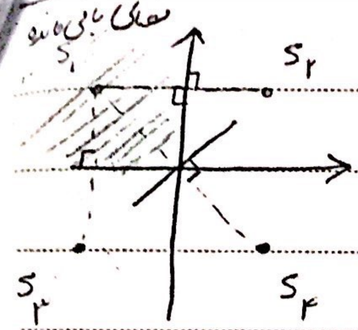
تعمیم: برای هر نقطه یک احتمال جدا محاسبه می‌کنیم. برای این منظور از آن نقطه به $M-1$ نقطه دیگر

اندازه‌گیری به M-ary

خط‌کشی، وصل و عمود منصف آنها را رسم می‌کنیم و با لحاظ کردن شیفت عمود منصف‌ها در صورت یکسان

نبودن احتمال نقاط به اندازه $\ln\frac{p}{p'}$ و در نهایت فضای باقی مانده اطراف نقطه، ناحیه آشکارسازی

آن را تعیین می‌کند.



مثال: QPSK با فرض توزیع یکنواخت احتمال بیتین

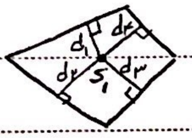
به طور مشابه هر نقطه در یک ربع صفحه قرار می‌گیرد

اگر نقطه y دریافتی در هر ربعی قرار گیرد، صاحب آن ربع جواب آشکارساز خواهد بود

نکته: خطا با خروج از مرزهای اطراف نقطه اتفاق می‌افتد و احتمال خروج از یک مرز $Q(d/\sigma)$ می‌باشد

و d فاصله عمود تا آن مرز است و کلاً احتمال خطای نقطه مجموع $Q(d/\sigma)$ برای کل مرزهای اطراف است

مثال:

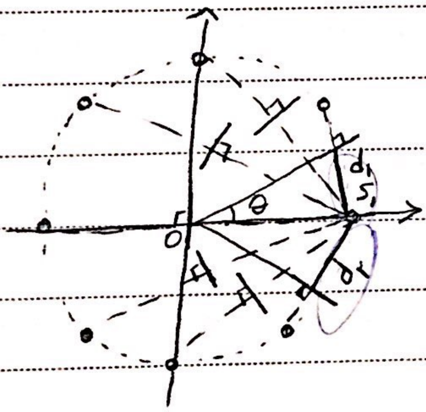


$$P_{e_s}=\sum_{i=1}^{4} Q\left(\frac{d_i}{\sigma}\right)$$

تمام مرزها

مثال: 8PSK

$$\frac{2\pi}{M}\rightarrow\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}$$



$$P_{e_1}=Q\left(\frac{d_1}{\sigma}\right)+Q\left(\frac{d_2}{\sigma}\right)=2Q\left(\frac{d_1}{\sigma}\right)$$

$d_1=d_2$

محاسبه d از مثلث قائم الزاویه: $d_1=OS\times\sin\theta$ ، $\theta \rightarrow \frac{\pi}{8}$

به دلیل تقارن شکل بقیه نقاط نیز مشابه s_1 است. این روش برای زمانی مناسب است که از ترسیم در ... استفاده

کرده باشیم اما گیرنده برای دمدوله کردن باید از تفریق‌ها استفاده کند یعنی در این مثال ۸ تفریق محاسبه کند

خلاصه: تفریق‌ها مناسب برای اجرا و پیاده‌سازی با سخت‌افزار هستند ← عملی

عمود منصف و صورت فنی و شکل‌ها مناسب برای تحلیل ریاضی ← علمی

نکته: مشابه بحث رایج مخابراتی، مقدار احتمالات خطا برحسب سیگنال به نویز ارائه می‌شود زیرا عامل واقعی تعیین کننده وقوع خطا همان S/N است

آنالوگ: $SNR = S/N = \frac{\text{توان سیگنال}}{\text{توان نویز}}$

دیجیتال: $E_b = \frac{E_s}{\log_2 M}$ ، E_s: انرژی سمبل یا سیگنال ، $\sigma^2 = N_0/2$

$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\text{انرژی یک بیت ارسالی}}{\text{۲ برابر توان متوسط نویز}}$

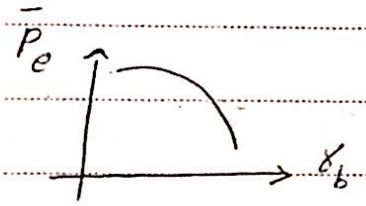
$\bar{E}_b = \frac{\text{کل } E}{\text{تعداد بیت‌ها}} = \frac{\bar{P} T_s}{\log_2 M}$

نام‌گذاری E_b/N_0 : SNR per bit

نماد نمایش: γ_b

برای اکثر مدولاسیون های دیجیتال $P_{e_{mod}} = AQ(\sqrt{B\gamma_b})$

تفاوت مدولاسیون های مختلف در مقادیر A و B در احتمال خطاست.

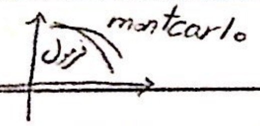


نکته: شکل کلی منحنی احتمال خطا بیتی برحسب γ_b است

نکته: محاسبات P_e در حالت کلی خیلی سخت است. می‌توان با شبیه‌سازی عددی این شکل را رسم کرد montcarlo و بعد با انتخاب A و B مناسب فرمول کلی را روی شکل fit نمود.

رسم شکل ← تکرار به ازای γ های مختلف ← $P_e = \frac{\text{تعداد خطا}}{\text{کل}}$ ← تعداد خطا شمارش می‌شود ← یک میلیون ارسال و دریافت ← با شبیه‌سازی

استفاده از فرمول



fading و کانال بی سیم

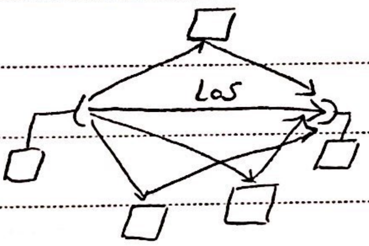
مشکلات کانال : نویز به جمع تبدیل شود

تضعیف - اعوجاج ، تداخل ، fading ، محدودیت های باند

معادل نویز ضرب شونده که فقط در کانال بی سیم داریم

تاثیر مخرب fading از نویز خیلی بیشتر است زیرا حالت ضرب شدن تاثیر بیشتری نسبت به جمع شدن دارد

که باعث نابود شدن و محو شدن سیگنال می شود



دلیل fading پدیده چند مسیری است

گیرنده علاوه بر Los ، مسیرهای انعکاسی متعدد NLos نیز دریافت می کند

مشکل متفاوت بودن طول مسیرهای مختلف است که باعث متفاوت شدن تاخیر مسیرها می شود که

معادل ایجاد اختلاف فاز از دید حوزه فرکانس می شود

اگر سیگنال های مسیرهای مختلف در گیرنده هم فاز باشند ، هم علامت می شوند یعنی $s(t)+s(t)=2s(t)$

که هم افزا constructive نامیده می شود

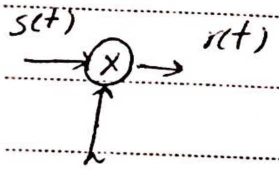
اگر سیگنال های مختلف در گیرنده معکوس دریافت شوند ، علامت مخالف می شود یعنی $s(t)-s(t)=0$ → fading

که مخرب destructive نامیده می شود

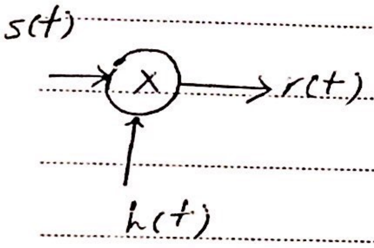
که این سیگنال های دریافتی در گیرنده رندم هستند و بستگی به موقعیت موانع دارد

مدل های کانال بی سیم: طبق ۴ مدل مختلف کانال بی سیم داریم:

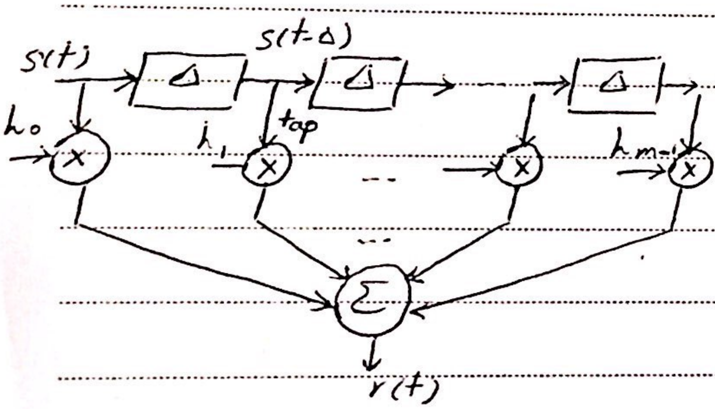
1) freq-non-selective-slow-fading
2) " " " fast "
3) freq-selective-slow-fading
4) " " fast "



1) h : یک متغیر تصادفی به نوعی ضرب شونده.



2) h(t) : یک فرایند تصادفی است



3) Δ : واحدهای تأخیر دهنده به اندازه Δ ثانیه

$\Delta = \frac{1}{BW}$

BW : پهنای باند s(t) عبوری از داخل کانال

$h_0 - h_{m-1}$: ضرایب کانال - متغیرهای تصادفی

نام دیگر مدل های به شکل فوق: الف) فیلتر ترانسورسال

ب) TDL tapped Delay line

خطوط انتقال تأخیری انشعابی

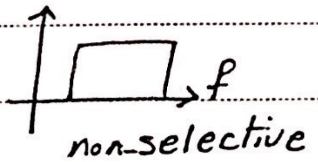
4) همان شکل فوق ولی ضرایب کانال متغیر با زمان

$h_0(t)$, $h_1(t)$, ... → فرایند تصادفی

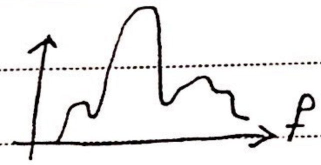
مورد اول بیشترین کاربرد را دارد : $r(t) = h\,s(t) + n(t)$

نکته: ضریب h کانال ← در حالت LOS توزیع رایس

" " ← در NLOS ← رایلی که از جمع مختلط ۲ توزیع گوسی $n_1 + jn_2$



→ عبور همه فرکانس ها به صورت یکسان → غیر گزینشی



→ عبور فرکانس ها به صورت متفاوت → گزینشی

شیوه تشخیص نوع کانال بی سیم: هر کانال بی سیم با ۲ پارامتر مشخصه اصلی شناخته می شود.

۱) نوع ۱: delay spread
" Doppler

۲) نوع ۲: جابجایی باند هم روش
زمان هم روش

۱) delay spread